

Проект

Государственная (итоговая) аттестация 2012 года (в новой форме)
по МАТЕМАТИКЕ обучающихся, освоивших основные
общеобразовательные программы

Демонстрационный вариант
экзаменационной работы для проведения в 2012 году
государственной (итоговой) аттестации (в новой форме)
по МАТЕМАТИКЕ обучающихся, освоивших основные
общеобразовательные программы основного общего
образования

подготовлен Федеральным государственным научным учреждением
«ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ИНСТИТУТ ПЕДАГОГИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ»

Математика. 9 класс

Демонстрационный вариант
экзаменационной работы для проведения в 2012 году
государственной (итоговой) аттестации (в новой форме)
по МАТЕМАТИКЕ обучающихся, освоивших основные
общеобразовательные программы основного общего образования

Пояснения к демонстрационному варианту экзаменационной работы

При ознакомлении с демонстрационным вариантом следует иметь в виду, что включённые в него задания не отражают всех элементов содержания, которые будут проверяться с помощью вариантов КИМ в 2012 году. Разделы содержания, на которых базируются контрольные измерительные материалы, определены в спецификации; полный перечень соответствующих элементов содержания и умений, которые могут контролироваться на экзамене 2012 года, приведён в кодификаторах, размещённых на сайте: www.fipi.ru.

Демонстрационный вариант предназначен для того, чтобы дать возможность участнику экзамена и широкой общественности составить представление о структуре будущей экзаменационной работы, числе и форме заданий, а также их уровне сложности. Эти сведения дают возможность выработать стратегию подготовки к сдаче экзамена по математике.

Демонстрационный вариант 2012 года

Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из двух частей. В первой части 18 заданий, во второй - 5 заданий. На выполнение всей работы отводится 4 часа (240 минут).

Все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Обращаем Ваше внимание, что записи в черновике не будут учитываться при оценке работы. Если задание содержит рисунок, то на нём можно проводить дополнительные построения.

Часть 1 включает 14 заданий с кратким ответом, 3 задания с выбором одного верного ответа из четырёх предложенных (задания 4, 5, 10) и одно задание на соотнесение (задание 12).

При выполнении заданий с выбором ответа обведите кружком номер выбранного ответа в экзаменационной работе. Если Вы обвели не тот номер, то зачеркните обведенный номер крестиком и затем обведите номер правильного ответа.

Если ответы к заданию не приводятся, полученный ответ записывается в экзаменационной работе в отведённом для этого месте. В случае записи неверного ответа зачеркните его и запишите рядом новый.

В задании 12 требуется соотнести некоторые объекты (графики, обозначенные буквами А, Б, В, и формулы, обозначенные цифрами 1, 2, 3, 4). Впишите в приведенную в ответе таблицу под каждой буквой соответствующую цифру.

Ответом к заданию 15 является последовательность номеров верных утверждений, записанных без пробелов и использования других символов, например, 1234.

Ответы к заданиям 17 и 18 нужно записать на отдельном листе.

Решения заданий второй части и ответы к ним записываются на отдельном листе. Текст задания можно не переписывать, необходимо лишь указать его номер.

Советуем выполнять задания в том порядке, в котором они даны. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если после выполнения всей работы у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

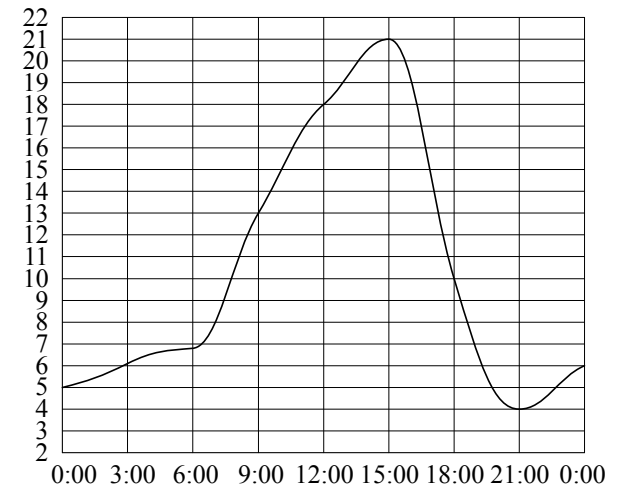
Желаем успеха!

Часть 1

1 Найдите значение выражения $\frac{0,3 \cdot 4,4}{0,8}$.

Ответ: _____.

- 2 На рисунке показано, как изменялась температура воздуха на протяжении одних суток. По горизонтали указано время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Найдите разность между наибольшим значением температуры и наименьшим.

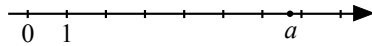


Ответ: _____.

- 3 Стоимость проезда в пригородном электропоезде составляет 198 рублей. Школьникам предоставляется скидка 50%. Сколько рублей стоит проезд группы из 4 взрослых и 12 школьников?

Ответ: _____.

4 На координатной прямой отмечено число a .



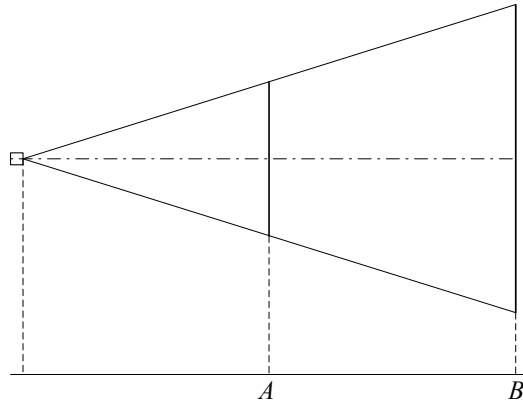
Какое из утверждений относительно этого числа является верным?

- 1) $a - 3 > 0$
- 2) $6 - a < 0$
- 3) $a - 7 > 0$
- 4) $4 - a > 0$

5 Укажите наибольшее из чисел:

- 1) 4
- 2) $\sqrt{23}$
- 3) $3\sqrt{7}$
- 4) $2\sqrt{9}$

6 Проектор полностью освещает экран A высотой 80 см, расположенный на расстоянии 250 см от проектора. На каком наименьшем расстоянии (в сантиметрах) от проектора нужно расположить экран B высотой 160 см, чтобы он был полностью освещён, если настройки проектора останутся неизменными?

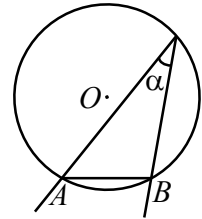


Ответ: _____.

7 Решите уравнение $5 - 2x = 11 - 7(x + 2)$.

Ответ: _____.

8 Найдите величину (в градусах) вписанного угла α , опирающегося на хорду AB , равную радиусу окружности.

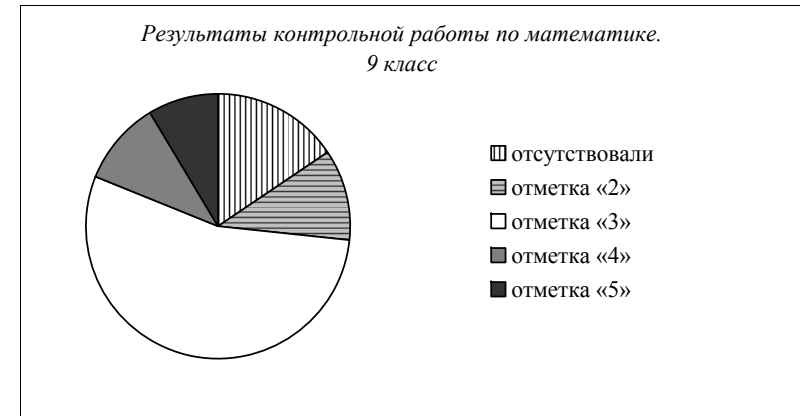


Ответ: _____.

9 Упростите выражение $\frac{ab}{a+b} \cdot \left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a}\right)$ и найдите его значение при $a = \sqrt{3} - 1$, $b = \sqrt{3} + 1$.

Ответ: _____.

10 Завуч школы подвёл итоги контрольной работы по математике в 9-х классах. Результаты представлены на круговой диаграмме.



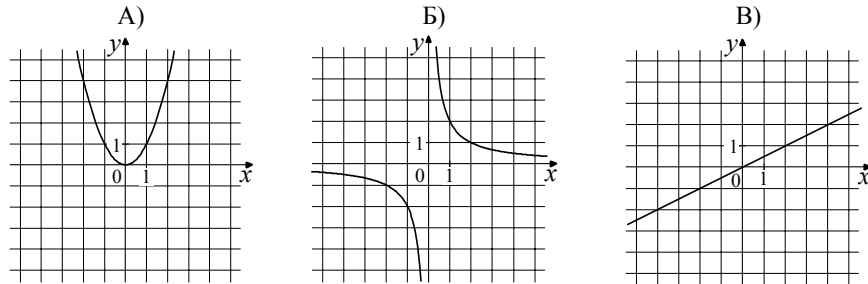
Сколько примерно учащихся получили положительную отметку «3», «4» или «5», если всего в школе 120 девятиклассников?

- 1) более 100 учащихся
- 2) около 70 учащихся
- 3) около 90 учащихся
- 4) менее 60 учащихся

- 11** На тарелке лежат пирожки, одинаковые на вид: 4 с мясом, 8 с капустой и 3 с вишней. Петя наугад выбирает один пирожок. Найдите вероятность того, что пирожок окажется с вишней.

Ответ: _____.

- 12** Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.



- 1) $y = x^2$ 2) $y = \frac{x}{2}$ 3) $y = \sqrt{x}$ 4) $y = \frac{2}{x}$

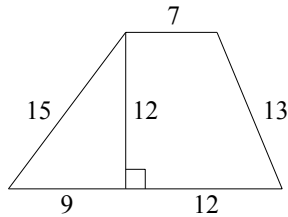
Ответ:

А	Б	В

- 13** Дана арифметическая прогрессия: 3, 7, 11, ... Найдите сумму первых пяти её членов.

Ответ: _____.

- 14** Найдите площадь трапеции, изображённой на рисунке.

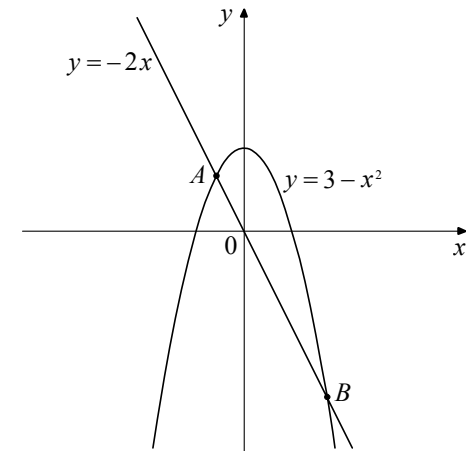


Ответ: _____.

- 15** Укажите номера **верных** утверждений.
- 1) Диагонали параллелограмма равны.
 - 2) Два различных диаметра окружности пересекаются в точке, являющейся центром этой окружности.
 - 3) Сумма углов трапеции равна 360° .
 - 4) Площадь прямоугольного треугольника равна произведению катетов.
 - 5) Синус острого угла прямоугольного треугольника равен отношению противолежащего катета к гипотенузе.

Ответ: _____.

- 16** На рисунке изображены графики функций $y = 3 - x^2$ и $y = -2x$. Вычислите координаты точки B .



Ответ: _____.

При выполнении заданий 17–18 используйте отдельный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите ответ.

- 17** Из формулы площади треугольника $S = \frac{abc}{4R}$ выразите длину стороны b .

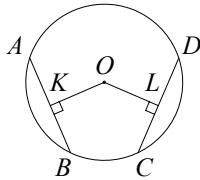
- 18** Решите неравенство $x^2 - 100 \leq 0$.

Часть 2

При выполнении заданий 19 – 23 используйте отдельный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите четко и разборчиво.

19 Сократите дробь $\frac{18^{n+3}}{3^{2n+5} \cdot 2^{n-2}}$.

- 20 В окружности с центром O проведены две равные хорды AB и CD . На эти хорды опущены перпендикуляры OK и OL соответственно. Докажите, что OK и OL равны.



- 21 Из пункта A в пункт B , расстояние между которыми 80 км, выехал автобус. В середине пути он был задержан на 10 минут, но, увеличив скорость на 20 км/ч, прибыл в пункт B вовремя. С какой скоростью автобус проехал первую половину пути?

- 22 Постройте график функции $y = \frac{x^4 - 13x^2 + 36}{(x-3)(x+2)}$ и определите, при каких значениях параметра c прямая $y = c$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

- 23 Площадь треугольника ABC равна 40. Биссектриса AD пересекает медиану BK в точке E , при этом $BD : CD = 3 : 2$. Найдите площадь четырехугольника $EDCK$.

Система оценивания экзаменационной работы по математике

Ответы к заданиям части 1

Номер задания	Правильный ответ
1	1,65
2	17
3	1980
4	1
5	3
6	500
7	-1,6
8	30
9	-2
10	3
11	0,2
12	142
13	55
14	168
15	235
16	(3; -6)
17	$b = \frac{4SR}{ac}$
18	[-10; 10]

Решения и критерии оценивания заданий части 2

19 Сократите дробь $\frac{18^{n+3}}{3^{2n+5} \cdot 2^{n-2}}$.

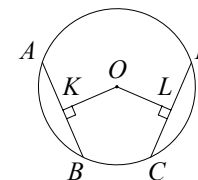
Ответ: 96.

Решение.

$$\frac{18^{n+3}}{3^{2n+5} \cdot 2^{n-2}} = \frac{(9 \cdot 2)^{n+3}}{3^{2n+5} \cdot 2^{n-2}} = \frac{3^{2n+6} \cdot 2^{n+3}}{3^{2n+5} \cdot 2^{n-2}} = 3^{2n+6-(2n+5)} \cdot 2^{n+3-(n-2)} = 3 \cdot 2^5 = 96.$$

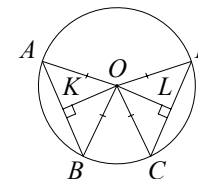
Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Правильно выполнены преобразования, получен верный ответ	2
Решение доведено до конца, но допущена ошибка или описка вычислительного характера (например, при вычитании), с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно	1
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	2

20 В окружности с центром O проведены две равные хорды AB и CD . На эти хорды опущены перпендикуляры OK и OL соответственно. Докажите, что OK и OL равны.



Решение.

Проведём радиусы OA , OB , OC , OD . Треугольники AOB и COD равны по трём сторонам. OK и OL — их высоты, проведённые к равным сторонам, следовательно, они равны как соответственные элементы равных треугольников.



Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Доказательство верное	3
Доказательство в целом верное, но содержит неточности	2
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	3

- 21** Из пункта A в пункт B , расстояние между которыми 80 км, выехал автобус. В середине пути он был задержан на 10 минут, но, увеличив скорость на 20 км/ч, прибыл в пункт B вовремя. С какой скоростью автобус проехал первую половину пути?

Ответ: 60 км/ч.

Решение.

Пусть x (км/ч) — скорость, с которой автобус проехал первую половину пути, тогда скорость на второй половине пути — $x+20$ (км/ч). Первую половину пути автобус проехал за $\frac{40}{x}$ ч, а вторую за $\frac{40}{x+20}$ ч. Из условия

следует, что $\frac{40}{x} - \frac{40}{x+20} = \frac{1}{6}$. Решим это уравнение:

$$\frac{800}{x(x+20)} = \frac{1}{6}; \frac{4800}{x(x+20)} = 1; x^2 + 20x - 4800 = 0; x_1 = 60; x_2 = -80.$$

Так как x — величина положительная, то второй корень уравнения не соответствует условию задачи.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Правильно составлено уравнение, получен верный ответ	3
Правильно составлено уравнение, но при его решении допущена вычислительная ошибка, с её учётом решение доведено до ответа	2
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	3

- 22** Постройте график функции $y = \frac{x^4 - 13x^2 + 36}{(x-3)(x+2)}$ и определите, при каких значениях параметра c прямая $y = c$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

Ответ: $-6,25$; -4 ; 6 .

Решение.

Разложим числитель дроби на множители:

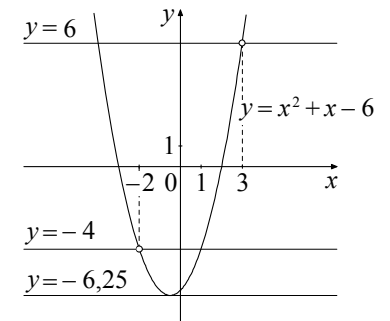
$$x^4 - 13x^2 + 36 = (x^2 - 4)(x^2 - 9) = (x-2)(x+2)(x-3)(x+3).$$

При $x \neq 3$, $x \neq -2$ исходная функция

принимает вид $y = (x+3)(x-2)$, её график — парабола, из которой выколоты точки $(3; 6)$ и $(-2; -4)$.

Прямая $y = c$ имеет с графиком ровно одну общую точку либо тогда, когда проходит через вершину параболы, либо тогда, когда пересекает параболу в двух точках, одна из которых — выколотая. Вершина параболы имеет координаты $(-0,5; -6,25)$.

Поэтому $c = -6,25$, $c = -4$ или $c = 6$.



Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
График построен правильно, верно указаны все требуемые значения c	4
График построен правильно, указаны не все верные значения c	3
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	4

- 23 Площадь треугольника ABC равна 40. Биссектриса AD пересекает медиану BK в точке E , при этом $BD:CD=3:2$. Найдите площадь четырёхугольника $EDCK$.

Ответ: 11.

Решение.

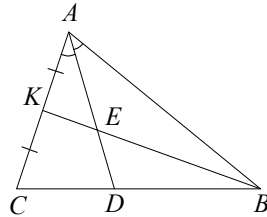
Пусть $AK = KC = x$. По свойству биссектрисы $\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{CD} = \frac{3}{2}$, откуда

$AB = 3x$. Из треугольника ABK , где AE – биссектриса, находим, что $\frac{BE}{KE} = \frac{AB}{AK} = 3$.

Пусть S — площадь треугольника ABC , тогда

$$S_{ACD} = \frac{CD}{CB} \cdot S = \frac{2}{5}S;$$

$$S_{AKE} = \frac{KE}{BK} \cdot S_{ABK} = \frac{KE}{BK} \cdot \frac{AK}{AC} \cdot S = \frac{S}{8}.$$



Таким образом, $S_{EDCK} = S_{ACD} - S_{AKE} = \frac{2}{5}S - \frac{S}{8} = \frac{11}{40}S = 11$.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Решение задачи верное, все его шаги обоснованы, получен верный ответ	4
Решение задачи в целом верное, получен верный ответ, но решение обосновано недостаточно; или: решение задачи в целом верное, но допущена одна вычислительная ошибка, из-за которой получен неверный ответ	3
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	4