

Тренировочная работа №2
по МАТЕМАТИКЕ

9 класс

Вариант № 1 (перспективная)

Район _____

Город (населенный пункт) _____

Школа _____

Класс _____

Фамилия _____

Имя _____

Отчество _____

Часть 1

1 Вычислите:

Задание

А) $0,4 + \frac{2}{5}$

Б) $1\frac{1}{3} : \left(-\frac{1}{3}\right)$

В) $\frac{2^4}{-2}$

Решение

1) - 4

2) - 8

3) 1

4) 0,8

Ответ:

А	Б	В
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

2 Какое из следующих выражений не имеет смысла при $a = 2$?

1) $\frac{a-2}{a}$

2) $\frac{a}{a+2}$

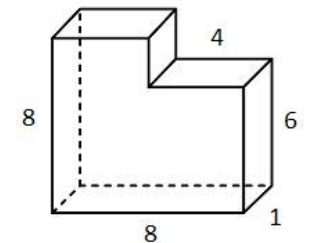
3) $\frac{a-2}{2}$

4) $\frac{a+2}{a-2}$

3 Стоимость обучения на компьютерных курсах составляет 6 тысяч рублей с человека. Группам предоставляются скидки: от 5 до 10 человек – 8%, более 10 человек – 12%. Сколько должна заплатить группа учащихся из 9 человек?

Ответ:

4 Найдите объём тела.



Ответ:

5 Из тридцати одиннадцатиклассников четверо выбрали экзамен по физике, двенадцать – по обществознанию, восемь – по иностранному языку, а остальные по литературе. Какова вероятность, что выбранный ученик будет сдавать экзамен по литературе?

Ответ:

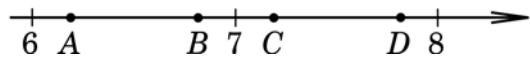
6 Вычислите $\frac{(3\sqrt{5})^2}{4,5}$.

Ответ:

7 Укажите формулу, задающую число b , некратное шести (n – целое число).

- 1) $b = 6n + 12$
- 2) $b = 6n$
- 3) $b = 6n - 36$
- 4) $b = 6n + 1$

8 Одна из точек, отмеченных на координатной прямой, соответствует числу $5\sqrt{2}$. Какая эта точка?



- 1) точка A
- 2) точка B
- 3) точка C
- 4) точка D

9 Выразите радиус r окружности из формулы $l = \frac{\pi \cdot r}{180} \cdot n$.

- 1) $r = \frac{180 \cdot l}{\pi \cdot n}$
- 2) $r = \frac{180 \cdot l \cdot n}{\pi}$
- 3) $r = \frac{180 \cdot \pi}{l \cdot n}$
- 4) $r = \frac{180 \cdot n}{\pi \cdot l}$

10 Упростив выражение $\left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a}\right) \cdot \frac{2ab}{a-b}$, найдите его значение при $a = 6,24$, $b = -3,4$.

Ответ:

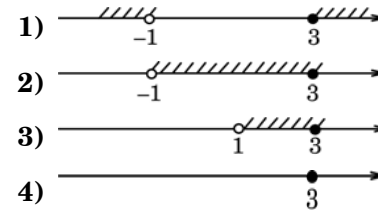
11 Диагональ параллелограмма образует с одной из его сторон угол, равный 68° . Найдите величину угла, который эта диагональ образует с противоположной стороной параллелограмма.

Ответ:

12 Решите уравнение $5x^2 - 14x - 3 = 0$. В ответе укажите больший корень.

Ответ:

13 Какой из рисунков изображает множество решений системы $\begin{cases} 5x - 14 \leq 1, \\ 2x + 5 > 3? \end{cases}$



14 Какая из данных прямых не пересекает график функции $y = \sqrt{x}$?

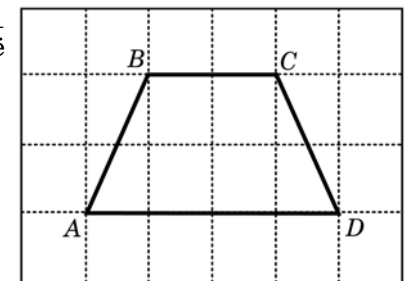
- 1) $y = 5$
- 2) $y = x + 1$
- 3) $y = -3x$
- 4) $y = x$

15 Укажите номера неверных утверждений.

- 1) Градусная мера вписанного угла равна градусной мере дуги, на которую он опирается.
- 2) Диагонали равнобедренной трапеции равны.
- 3) Если два угла одного треугольника равны двум углам другого, то такие треугольники равны.
- 4) Вокруг любого прямоугольника можно описать окружность.

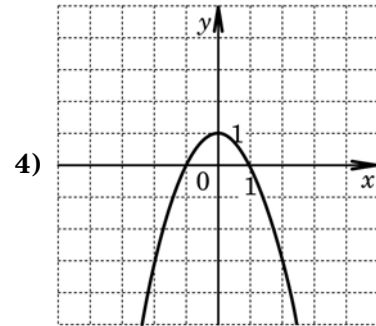
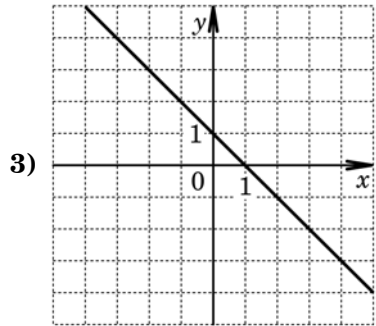
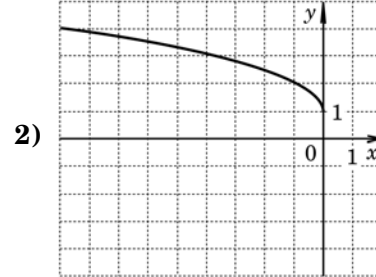
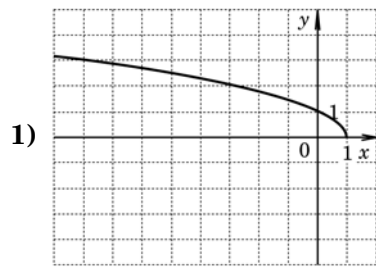
Ответ:

16 На клетчатой бумаге с клетками 1×1 изображена трапеция $ABCD$. Найдите её площадь.

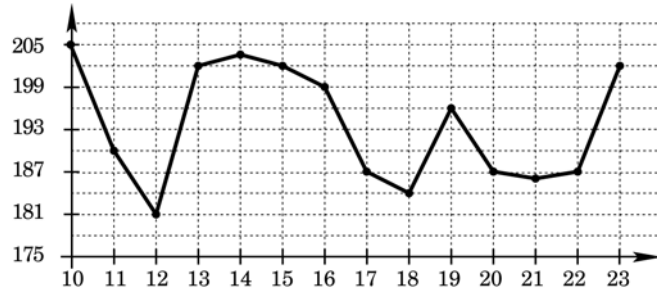


Ответ:

17) На каком из рисунков изображен график функции $y = \sqrt{1-x}$?



18) На рисунке показано изменение цен на палладий в период с 10 по 23 сентября 2008 года (в рублях за грамм).



Определите по графику разность наибольшей и наименьшей цены в период с 18 по 23 сентября 2008 года. Ответ дайте в рублях за грамм палладия.

Ответ:

Часть 2

При выполнении заданий 19 – 23 используйте отдельный лист (бланк). Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение.

19) Решите неравенство $-x^3 - 2x \geq 0$.

20) Клиент внес 3000 рублей на два вклада, один из которых дает годовой доход, равный 8%, а другой – 10%. Через год на двух счетах у него было 3260 рублей. Какую сумму клиент внес на каждый вклад?

21) В четырехугольнике $ABCD$ проведена диагональ BD , $\angle ABD = \angle CDB$, $\angle ADB = \angle CBD$. Докажите, что $AD = BC$.

22) Найдите значения p , при которых парабола $y = -2x^2 + px - 50$ касается оси x . Для каждого значения p определите координаты точки касания.

23) Концы отрезка AB лежат по разные стороны от прямой l . Расстояние от точки A до прямой l равно 12 см, а расстояние от точки B до прямой l равно 36 см. Найдите расстояние от середины отрезка AB до прямой l .

Тренировочная работа №2
по МАТЕМАТИКЕ

9 класс

Вариант № 2 (перспективная)

Район _____

Город (населенный пункт) _____

Школа _____

Класс _____

Фамилия _____

Имя _____

Отчество _____

Часть 1

1 Вычислите:

Задание

А) $0,6 - \frac{2}{5}$

Б) $1\frac{1}{3} : \left(-\frac{1}{9}\right)$

В) $\frac{2^4}{-4}$

Решение

1) -4

2) 12

3) -12

4) 0,2

Ответ:

А	Б	В
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

2 Какое из следующих выражений не имеет смысла при $y = -3$?

1) $\frac{-3}{y-3}$

2) $\frac{y+3}{y}$

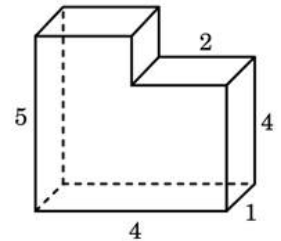
3) $\frac{y-3}{-3}$

4) $\frac{y}{(y-3)(y+3)}$

3 Стоимость туристической поездки 5000 рублей с человека. Группам предоставляются скидки: от 3 до 10 человек – 7%, более 10 человек – 10%. Сколько должна заплатить группа туристов из 17 человек?

Ответ:

4 Найдите объём тела.



Ответ:

- 5 Контрольная работа по математике состоит из 15 задач: 4 задачи по геометрии, 2 задачи по теории вероятностей, остальные по алгебре. Ученик ошибся в одной задаче. Какова вероятность, что ученик ошибся в задаче по алгебре?

Ответ:

6

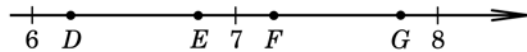
Вычислите $\frac{(2\sqrt{7})^2}{1,4}$.

Ответ:

- 7 Укажите формулу, задающую число a , кратное двум и трем (n – целое число).

- 1) $a = 3n + 2$
- 2) $a = 6n$
- 3) $a = 2n - 3$
- 4) $a = 6n + 1$

- 8 Одна из точек, отмеченных на координатной прямой, соответствует числу $3\sqrt{6}$. Какая эта точка?



- 1) точка D
- 2) точка E
- 3) точка F
- 4) точка G

- 9 Выразите площадь S треугольника из формулы радиуса описанной около этого треугольника окружности $R = \frac{abc}{4S}$, где a , b , c – стороны треугольника.

- 1) $S = \frac{4R}{abc}$
- 2) $S = \frac{abc}{4R}$
- 3) $S = \frac{R}{4abc}$
- 4) $S = \frac{4abc}{R}$

- 10 Упростив выражение $\frac{5pq}{p-q} \left(\frac{p}{q} - \frac{q}{p} \right)$, найдите его значение при $p = 9, 2$ $q = -4, 5$.

Ответ:

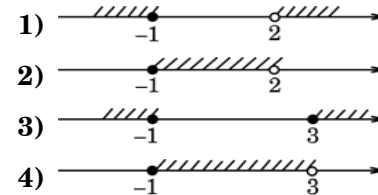
- 11 Диагональ трапеции образует с меньшим основанием угол, равный 38° . Найдите величину угла, который эта диагональ образует с большим основанием.

Ответ:

- 12 Решите уравнение $5x^2 - 6x - 8 = 0$. В ответе укажите меньший корень.

Ответ:

- 13 Какой из рисунков изображает множество решений системы $\begin{cases} 6x + 1 \geq -5, \\ 4x - 2 < 10? \end{cases}$



- 14 Какая из данных прямых не пересекает гиперболу $y = -\frac{4}{x}$?

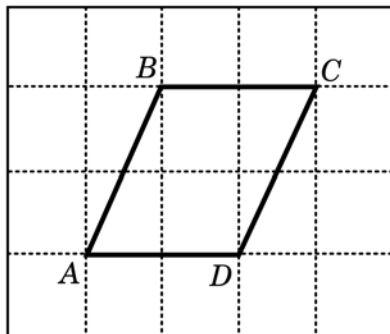
- 1) $y = 4$
- 2) $y = 4x$
- 3) $x = -4$
- 4) $y = x - 5$

15 Укажите номера неверных утверждений.

- 1) В прямоугольном треугольнике сумма острых углов равна 90 градусов.
- 2) Медиана, проведенная к гипотенузе, равна половине гипотенузы.
- 3) Гипотенуза прямоугольного треугольника меньше большего катета.
- 4) Площадь прямоугольного треугольника равна половине произведения его катетов.

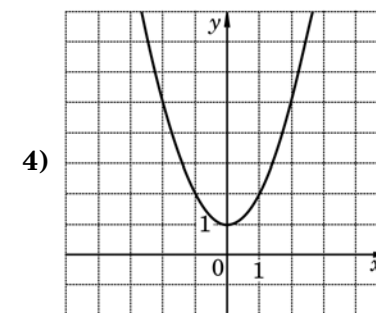
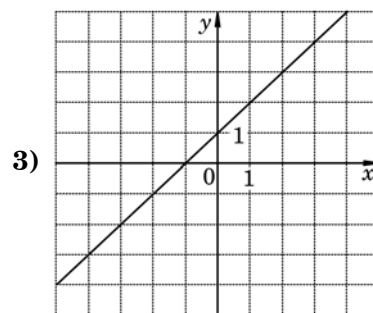
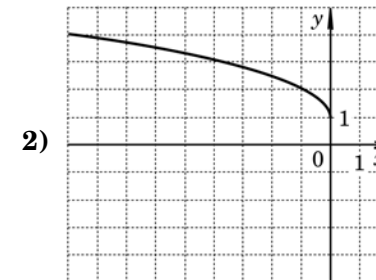
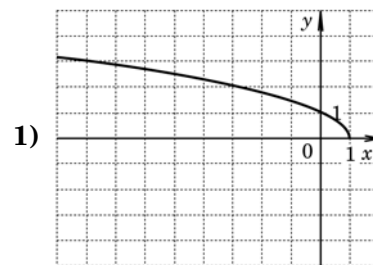
Ответ:

16 На клетчатой бумаге с клетками 1×1 изображен параллелограмм $ABCD$, найдите площадь.

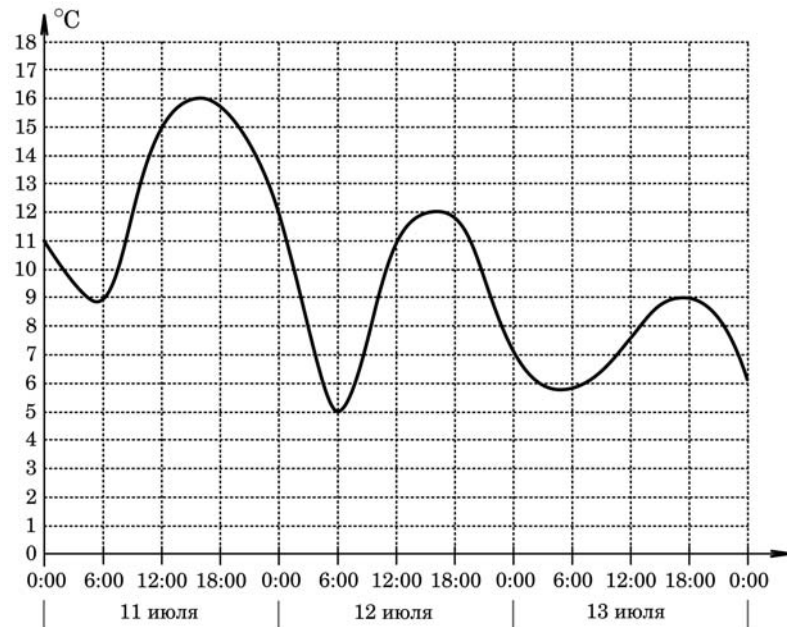


Ответ:

17 На каком из рисунков изображен график функции $y = \sqrt{-x} + 1$?



- 18** На графике показано изменение температуры воздуха на протяжении трех суток, начиная с 0 часов 11 июля. На оси абсцисс отчается время суток, на оси ординат — значение температуры в градусах Цельсия. Определите по графику разность между наибольшей температурой 12 и 13 июля. Ответ дайте в градусах Цельсия.



Ответ:

Часть 2

При выполнении заданий 19–23 используйте отдельный лист (бланк). Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение.

- 19** Решите неравенство $-y - 5y^3 \leq 0$.
- 20** В городской думе заседало 60 депутатов, представляющих две партии. После выборов число депутатов от первой партии увеличилось на 15%, а от второй партии уменьшилось на 20%. Сколько депутатов от каждой партии оказалось в городской думе после выборов, если всего было выбрано 55 депутатов?
- 21** В четырехугольнике $MNPQ$ проведена диагональ MP , $MN = PQ$, $NP = MQ$. Докажите, что $\angle MNP = \angle PQM$.
- 22** Найдите значения p , при которых парабола $y = 3x^2 + px + 48$ касается оси x . Для каждого значения p определите координаты точки касания.
- 23** Концы отрезка AB лежат по разные стороны от прямой l . Расстояние от точки A до прямой l равно 24 см, а расстояние от точки B до прямой l равно 30 см. Найдите расстояние от середины отрезка AB до прямой l .

Тренировочная работа №2
по МАТЕМАТИКЕ

9 класс

Вариант № 1 (традиционная)

Район _____

Город (населенный пункт) _____

Школа _____

Класс _____

Фамилия _____

Имя _____

Отчество _____

Часть 1

- 1** Значение выражения 2^{-3} равно
- 1) -6 2) $-\frac{1}{8}$ 3) $0,125$ 4) 8

- 2** Из 68 деревьев парка 30 берез. Сколько примерно процентов берез в парке?
- 1) 79% 2) 56% 3) 44% 4) 69%

- 3** При каком значении a выражение $\frac{a-2}{2a+6}$ не имеет смысла
- 1) -2 2) 2 3) 3 4) -3

- 4** Запишите числа: $\frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \frac{1}{\sqrt{3}}; \frac{1}{\sqrt{5}}$ в порядке убывания.

- 1) $\frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \frac{1}{\sqrt{3}}; \frac{1}{\sqrt{5}}$ 2) $\frac{1}{3}; \frac{1}{\sqrt{5}}; \frac{1}{2}; \frac{1}{\sqrt{3}}$
- 3) $\frac{1}{\sqrt{5}}; \frac{1}{\sqrt{3}}; \frac{1}{2}; \frac{1}{3}$ 4) $\frac{1}{\sqrt{3}}; \frac{1}{2}; \frac{1}{\sqrt{5}}; \frac{1}{3}$

- 5** Выразите переменную a из формулы $V = \frac{1}{6}(2a + c)$.

- 1) $a = 6V - 2c$
- 2) $a = 3V + c$
- 3) $a = 3V - 0,5c$
- 4) $a = 6V - 0,5c$

- 6** Найдите среди чисел равные: а) $\frac{3\sqrt{5}}{5}$; б) $\frac{2}{\sqrt{6}}$; в) $\frac{3}{\sqrt{5}}$; г) $\frac{\sqrt{6}}{5}$.

- 1) а, в 2) а, г 3) б, г 4) б, в

7 Укажите выражение, равное дроби $\frac{7-x}{(x+2)(x-7)}$ при допустимых значениях переменной.

- 1) $x+2$ 2) $-x-2$ 3) $\frac{1}{x+2}$ 4) $-\frac{1}{x+2}$

8 Укажите меньший корень уравнения $x^2 - 8x - 20 = 0$.

Ответ:

9 Упростите выражение $(a^2 - b^2)\left(\frac{b^2}{a-b} + b\right)$.

- 1) $ab(a+b)$ 2) $(a-b)(2b^2+ab)$
 3) $\frac{ab}{a-b}$ 4) $(a+b)(b^2+b)$

10 Укажите соответствующее утверждение для каждой системы:

Система

- А) $\begin{cases} xy = 8, \\ y = x \end{cases}$ Б) $\begin{cases} xy = 8, \\ y = -x \end{cases}$ В) $\begin{cases} xy = 8, \\ y = -3 \end{cases}$

Утверждение

- 1) Система не имеет решения 2) Система имеет одно решение 3) Система имеет два решения

Ответ:

А	Б	В
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

11 Туристы на моторной лодке по течению реки проплыли 48 км, а против течения 36 км за одно и то же время. Найдите собственную скорость лодки, если течение реки 2 км/ч.

Выберите соответствующее уравнение, если x (км/ч) – собственная скорость лодки.

- 1) $\frac{48}{x+2} = \frac{36}{x-2}$ 2) $\frac{48}{x-2} = \frac{36}{x+2}$
 3) $48(x+2) = 36(x-2)$ 4) $\frac{48}{x+2} = \frac{36}{x}$

12

Найдите значение выражения $\frac{2^{10}}{4^3} \cdot 2^{-4}$.

Ответ:

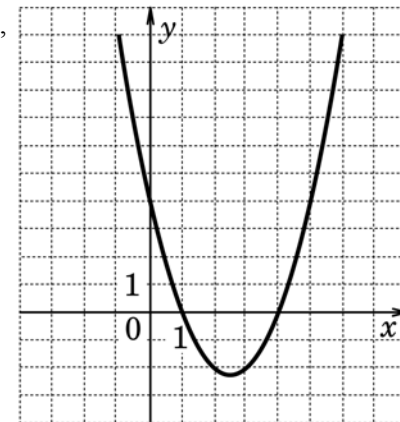
13

Укажите наименьшее целое решение неравенства $45 - 5(x+7) < 1 - 4x$.

Ответ:

14

Используя график функции $y = x^2 - 5x + 4$, решите неравенство $x^2 - 5x > -4$.



- 1) $(-\infty; 1]$
 2) $(-\infty; 1) \cup (4; \infty)$
 3) $(4; \infty)$
 4) решений нет

15 Найдите пары чисел, являющиеся решением системы уравнений $\begin{cases} xy = 5, \\ x - 2y = 3. \end{cases}$

- 1) $(-2,5; -2); (-2; -2, 5)$ 2) $(5; 1); (-2; -2, 5)$
 3) $(2,5; -2); (1; 5)$ 4) $(1; 5); (5; 1)$

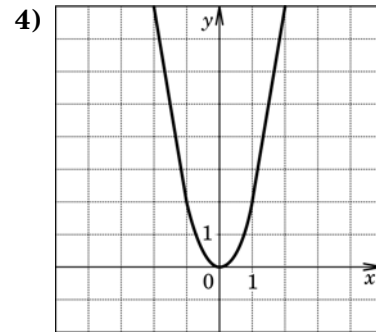
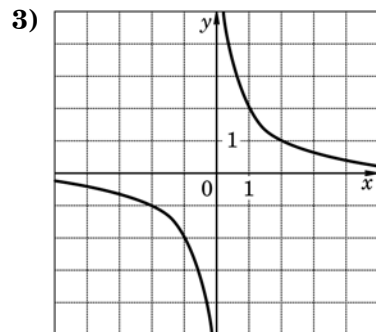
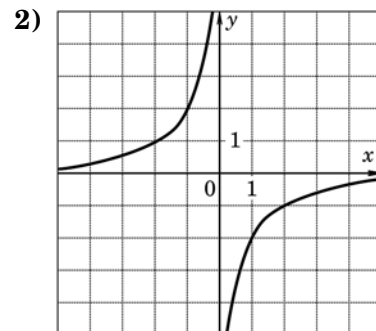
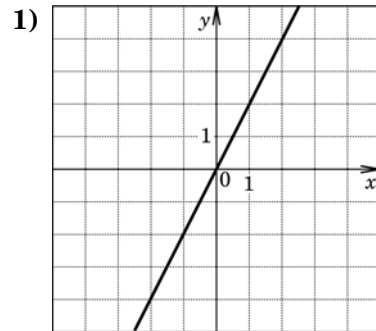
16 На 1000 автомобилей, выпущенных в 2007–2008 гг, 350 имеют дефект в электрической системе. Какова вероятность купить исправную машину?

Ответ:

17 На соревнованиях по прыжкам в высоту среди девочек 14 лет были показаны результаты: 100; 140; 130; 80; 110; 130; 120; 125; 140; 125. Найдите среднее арифметическое и медиану этого набора чисел.

Ответ:

18 На каком рисунке изображен эскиз графика функции $y = \frac{2}{x}$?



Часть 2

При выполнении заданий 19–23 используйте отдельный лист (бланк). Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение.

19 Решите уравнение $x^3 + 3x^2 - 2x - 6 = 0$.

20 Решите неравенство $-x^3 - 2x \geq 0$.

21 Докажите, что $\sqrt{23 - 8\sqrt{7}} = 4 - \sqrt{7}$.

22 Найдите значения p , при которых парабола $y = -2x^2 + px - 50$ касается оси x . Для каждого значения p определите координаты точки касания.

23 Апельсины подешевели на 30%. Сколько апельсинов теперь можно купить на те же деньги, на которые раньше покупали 2,8 кг?

Тренировочная работа №2
по МАТЕМАТИКЕ

9 класс

Вариант № 2 (традиционная)

Район _____

Город (населенный пункт) _____

Школа _____

Класс _____

Фамилия _____

Имя _____

Отчество _____

Часть 1

1 Значение выражения 2^{-4} равно
1) -8 2) $-0,0125$ 3) $0,0625$ 4) 8

2 Из 27 учеников девятого класса 8 человек приняли участие в подготовке новогодней викторины. Сколько примерно процентов девятиклассников приняли участие в подготовке?
1) 30% 2) 42% 3) 70% 4) 77%

3 При каком значении a выражение $\frac{3a+2}{4a-8}$ не имеет смысла.
1) -2 2) 2 3) $\frac{2}{3}$ 4) $-\frac{2}{3}$

4 Расположите числа 3 ; $\sqrt{3}$; 2 ; $\sqrt{5}$ в порядке возрастания.
1) 2 ; 3 ; $\sqrt{3}$; $\sqrt{5}$ 2) 2 ; $\sqrt{3}$; $\sqrt{5}$; 3
3) $\sqrt{5}$; $\sqrt{3}$; 3 ; 2 4) $\sqrt{3}$; 2 ; $\sqrt{5}$; 3

5 Выразите переменную l из формулы $S = \pi R(l + R)$.
1) $l = \frac{\pi R}{S} - R$ 2) $l = \frac{S + \pi R^2}{\pi R}$ 3) $l = \frac{S}{\pi R} - R$ 4) $l = R + \frac{S}{\pi R}$

6 Найдите среди чисел равные: а) $\frac{2}{\sqrt{7}}$; б) $\frac{3\sqrt{2}}{7}$; в) $\frac{6}{\sqrt{10}}$; г) $\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$.
1) а, б 2) в, г 3) а, в 4) б, г

7 Укажите выражение, равное дроби $\frac{x-5}{(5-x)(x+3)}$ при допустимых значениях переменной.

- 1) $x+3$ 2) $-(x+3)$ 3) $\frac{1}{x+3}$ 4) $-\frac{1}{x+3}$

8 Найдите модуль разности корней уравнения $y^2 - 7y + 6 = 0$.

Ответ:

9 Упростите выражение $(x^2 - y^2) \left(\frac{x^2}{x+y} + y \right)$.

- 1) $x^2(x-y)$ 2) $x^3 - y^3$ 3) $\frac{x-y}{y}$ 4) $(x-y)(x^2+y)$

10 Укажите соответствующее утверждение для каждой системы.

Система

- А) $\begin{cases} y = x^2 + 2, \\ y = -3x \end{cases}$ Б) $\begin{cases} y = x^2 + 2, \\ y = 2 \end{cases}$ В) $\begin{cases} y = x^2 + 2, \\ y = 0,5x \end{cases}$

Утверждение

- 1) Система не имеет решения 2) Система имеет одно решение 3) Система имеет два решения

Ответ:

А	Б	В

11 Велосипедист ехал от дома до станции под горку за 2 часа. На обратную дорогу от станции до дома он потратил 3 часа. Скорость на обратном пути была на 2 км/ч меньше. Чему равно расстояние от дома до станции? Выберите соответствующее уравнение, если x (км) – расстояние от станции до дома.

- 1) $2x = 3(x-2)$ 2) $\frac{x}{2} - \frac{x}{3} = 2$ 3) $2(x-2) = 3x$ 4) $\frac{x}{3} - \frac{x}{2} = 2$

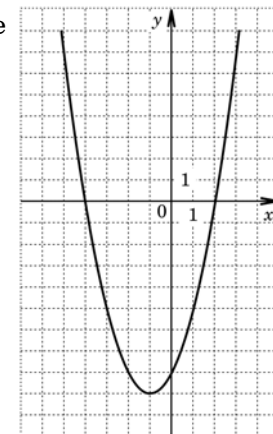
12 Найдите значение выражения $\frac{3^7}{9^2} \cdot 3^{-2}$.

Ответ:

13 Укажите наименьшее целое число, не являющееся решением неравенства: $36 - 5(x+6) > 4 - 4x$.

Ответ:

14 Используя график функции $y = x^2 + 2x - 8$, решите неравенство $x^2 + 2x < 8$.



- 1) $(-4; 2)$
 2) $(-\infty; -4) \cup (2; \infty)$
 3) $(-4; 0)$
 4) решений нет

15 Найти пары чисел, являющиеся решением системы уравнений $\begin{cases} xy = 6, \\ 2x - y = 11. \end{cases}$

1) (1; 6); (6; 1)

2) (6; 1); (-0, 5; -12)

3) (1; 6); (-12; -0, 5)

4) (6; 1); (-1; -6)

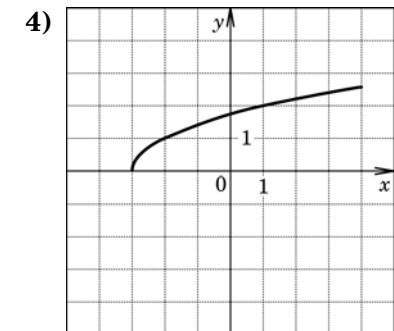
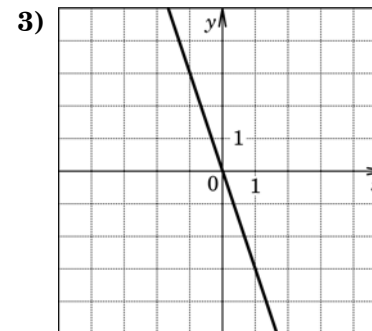
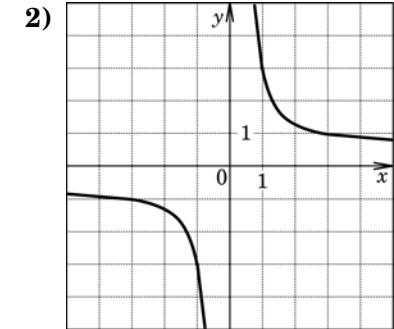
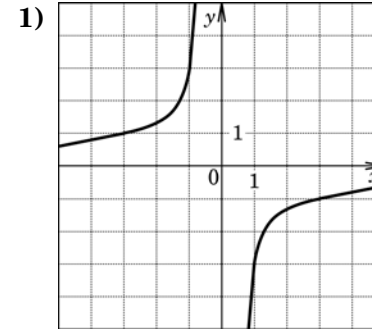
16 На 1000 автомобилей, выпущенных в 2007–2009 гг, 150 имеют дефект тормозной системы. Какова вероятность купить неисправную машину?

Ответ:

17 Фрезеровщики бригады затратили на обработку одной детали разное время (в мин), представленное в виде ряда данных: 40; 37; 35; 36; 32; 42; 32; 38; 32. На сколько медиана этого набора отличается от среднего арифметического?

Ответ:

18 На каком рисунке изображен эскиз графика функции $y = -\frac{3}{x}$?



Часть 2

При выполнении заданий 19 – 23 используйте отдельный лист (бланк). Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение.

19 | Решите уравнение $x^3 - 3x^2 - 3x + 9 = 0$.

20 | Решите неравенство $-y - 5y^3 \leq 0$.

21 | Докажите, что $\sqrt{14 - 6\sqrt{5}} = 3 - \sqrt{5}$.

22 | Найдите значения p , при которых парабола $y = 3x^2 + px + 48$ касается оси x . Для каждого значения p определите координаты точки касания.

23 | Цена на фрукты возросла на 15%, за счет чего на 230 рублей было приобретено фруктов на 3 кг меньше. На сколько рублей возросла цена 1 кг фруктов?

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом**19** Решите неравенство $-x^3 - 2x \geq 0$.**Решение.**

$-x^3 - 2x \geq 0$, $-x(x^2 + 2) \geq 0$. Так как $x^2 + 2 > 0$ при любом действительном значении x , то исходное неравенство равносильно неравенству: $-x \geq 0$, $x \leq 0$.

Ответ: $x \leq 0$.

Содержание критерия оценивания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	3
Верно выполнено разложение на множители, верно определен знак второго множителя, но в ответе потерял $x = 0$	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0

20 Клиент внес 3000 рублей на два вклада, один из которых дает годовой доход, равный 8%, а другой – 10%. Через год на двух счетах у него было 3260 рублей. Какую сумму клиент внес на каждый вклад?**Решение.**

Пусть x рублей составлял первый вклад.

Тогда второй вклад составлял $(3000 - x)$ рублей. Через год первый вклад стал равным $1,08x$ рублей, а второй — $1,1(3000 - x)$ рублей.

Сумма через год на двух счетах $(1,08x + 1,1(3000 - x))$ рублей, что по условию задачи равно 3260 рублей, получаем уравнение:

$$1,08x + 1,1(3000 - x) = 3260,$$

$$0,02x = 40,$$

$$x = 2000.$$

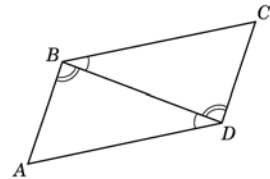
Значит, 2000 рублей составлял первый вклад, и $3000 - 2000 = 1000$ рублей составлял второй вклад.

Ответ: 2000 рублей, 1000 рублей.

Содержание критерия оценивания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	3
Верно составлено уравнение, но допущена вычислительная ошибка при его решении, или в ответе не учтен второй вклад	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0

21 В четырехугольнике $ABCD$ проведена диагональ BD , $\angle ABD = \angle CDB$, $\angle ADB = \angle CBD$. Докажите, что $AD = BC$.**Решение.**

Треугольники ABD и CDB равны по второму признаку равенства треугольников (сторона BD – общая, $\angle ABD = \angle CDB$, $\angle ADB = \angle CBD$ – по условию). Следовательно, $AD = BC$ как соответственные стороны равных треугольников.



Содержание критерия оценивания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно	3
Решение не доведено до конца, но доказано, что треугольники равны	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0

22 Найдите значения p , при которых парабола $y = -2x^2 + px - 50$ касается оси x . Для каждого значения p определите координаты точки касания.**Решение.**

Парабола $y = -2x^2 + px - 50$ касается оси x означает, что квадратный трехчлен $-2x^2 + px - 50$ имеет единственный корень. Следовательно, дискриминант этого квадратного трехчлена равен 0:

$$D = p^2 - 400, \quad p^2 - 400 = 0, \quad p = \pm 20.$$

При $p = -20$ $y = -2x^2 - 20x - 50$, $y = -2(x + 5)^2$, $x = -5$ — абсцисса точки касания параболы с осью x , $(-5; 0)$ — координаты точки касания.

При $p = 20$ $y = -2x^2 + 20x - 50$, $y = -2(x - 5)^2$, $x = 5$ — абсцисса точки касания параболы с осью x , $(5; 0)$ — координаты точки касания.

Ответ: при $p = -20$ координаты точки касания $(-5; 0)$;при $p = 20$ — $(5; 0)$.

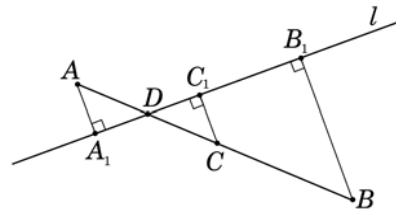
Содержание критерия оценивания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	4
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но не указаны координаты точки касания	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0

23 Концы отрезка AB лежат по разные стороны от прямой l . Расстояние от точки A до прямой l равно 12 см, а расстояние от точки B до прямой l равно 36 см. Найдите расстояние от середины отрезка AB до прямой l .

Решение.

Пусть точка C — середина отрезка AB , D — точка пересечения отрезка AB с прямой l . Расстояние от точки A до прямой l

$AA_1 = 12$ см, а расстояние от точки B до прямой l $BB_1 = 36$ см. Найдем расстояние от точки C до прямой l , т.е. отрезок CC_1 .



Треугольники AA_1D и BB_1D подобны как прямоугольные по острому углу ($\angle ADA_1 = \angle BDB_1$ — вертикальные).

Следовательно, $\frac{AD}{BD} = \frac{AA_1}{BB_1} = \frac{12}{36} = \frac{1}{3}$.

Пусть $AD = k$ см. Тогда $BD = 3k$ см, $AB = 4k$ см, $AC = BC = 2k$ см. $CD = BD - BC = k$.

Треугольники DCC_1 и DBB_1 подобны как прямоугольные по острому углу ($\angle D$ — общий).

Значит, $\frac{CC_1}{BB_1} = \frac{CD}{BD} = \frac{3k - 2k}{3k} = \frac{1}{3}$.

Следовательно, $CC_1 = \frac{1}{3}BB_1 = \frac{1}{3} \cdot 36 = 12$ (см).

Ответ: 12 см.

Содержание критерия оценивания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	4
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но допущена одна вычислительная ошибка	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

19 Решите неравенство $-y - 5y^3 \leq 0$.

Решение.

$-y - 5y^3 \leq 0$, $-y(1 + 5y^2) \leq 0$. Так как $1 + 5y^2 > 0$ при любом действительном значении y , то исходное неравенство равносильно неравенству: $-y \leq 0$, $y \geq 0$.

Ответ: $y \geq 0$.

Содержание критерия оценивания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	3
Верно выполнено разложение на множители, но потеряно решение $y = 0$	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0

20 В городской думе заседало 60 депутатов, представляющих две партии. После выборов число депутатов от первой партии увеличилось на 15%, а от второй партии уменьшилось на 20%. Сколько депутатов от каждой партии оказалось в городской думе после выборов, если всего было выбрано 55 депутатов?

Решение.

Пусть в городской думе от первой партии заседало x депутатов, тогда от второй партии заседало $(60 - x)$ депутатов. После выборов в городской думе оказалось $1,15x$ депутатов от первой партии, и $0,8(60 - x)$ депутатов от второй партии.

Общее количество депутатов $(1,15x + 0,8(60 - x))$, что равно по условию 55 человек, получаем уравнение:

$$1,15x + 0,8(60 - x) = 55;$$

$$0,35x = 7,$$

$$x = 20.$$

Значит, первоначально от первой партии было 20 депутатов, после выборов стало $1,15 \cdot 20 = 23$ (депутата).

Тогда от второй партии после выборов стало $55 - 23 = 32$ (депутата).

Ответ: 23 депутата, 32 депутата.

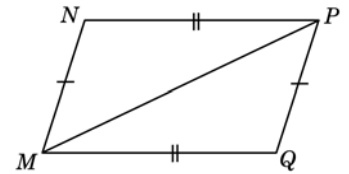
Содержание критерия оценивания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	3
Верно составлено уравнение, но допущена ошибка при его решении, или ответ не соответствует вопросу задачи	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0

21 В четырехугольнике $MNPQ$ проведена диагональ MP , $MN = PQ$, $NP = MQ$. Докажите, что $\angle MNP = \angle PQM$.

Решение.

Треугольники MNP и PQM равны по третьему признаку равенства треугольников (сторона MP – общая, $MN = PQ$, $NP = QM$ – по условию).

Следовательно, $\angle MNP = \angle PQM$ как соответственные углы равных треугольников.



Содержание критерия оценивания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно	3
Решение не доведено до конца, но доказано, что треугольники равны	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0

22 Найдите значения p , при которых парабола $y = 3x^2 + px + 48$ касается оси x . Для каждого значения p определите координаты точки касания.

Решение.

Парабола $y = 3x^2 + px + 48$ касается оси x означает, что квадратный трехчлен $3x^2 + px + 48$ имеет единственный корень. Следовательно, дискриминант этого квадратного трехчлена равен 0:

$$D = p^2 - 576, \quad p^2 - 576 = 0, \quad p = \pm 24.$$

При $p = -24$ $y = 3x^2 - 24x + 48$, $y = 3(x - 4)^2$, $x = 4$ — абсцисса точки касания параболы с осью x , $(4; 0)$ — координаты точки касания.

При $p = 24$ $y = 3x^2 + 24x + 48$, $y = 3(x + 4)^2$, $x = -4$ — абсцисса точки касания параболы с осью x , координаты точки касания — $(-4; 0)$.

Ответ: при $p = -24$ координаты точки касания $(4; 0)$;

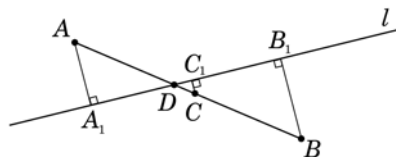
при $p = 24$ — $(-4; 0)$.

Содержание критерия оценивания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	4
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но не указаны координаты точки касания	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0

23 Концы отрезка AB лежат по разные стороны от прямой l . Расстояние от точки A до прямой l равно 24 см, а расстояние от точки B до прямой l равно 30 см. Найдите расстояние от середины отрезка AB до прямой l .

Решение.

Пусть точка C — середина отрезка AB , D — точка пересечения отрезка AB с прямой l . Расстояние от точки A до прямой l $AA_1 = 24$ см, а расстояние от точки B до прямой l $BB_1 = 30$ см. Найдем расстояние от точки C до прямой l , т.е. отрезок CC_1 .



Треугольники AA_1D и BB_1D подобны как прямоугольные по острому углу ($\angle ADA_1 = \angle BDB_1$ — вертикальные).

Следовательно, $\frac{AD}{BD} = \frac{AA_1}{BB_1} = \frac{24}{30} = \frac{4}{5}$.

Пусть $AD = 4k$ см. Тогда $BD = 5k$ см, $AB = 9k$ см, $AC = BC = 4,5k$ см.

Треугольники DCC_1 и DBB_1 подобны как прямоугольные по острому углу ($\angle D$ — общий).

Значит, $\frac{CC_1}{BB_1} = \frac{CD}{BD} = \frac{BD - BC}{BD} = \frac{5k - 4,5k}{5k} = \frac{1}{10}$.

Следовательно, $CC_1 = \frac{1}{10}BB_1 = \frac{1}{10} \cdot 30 = 3$ (см).

Ответ: 3 см.

Содержание критерия оценивания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	4
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но допущена одна вычислительная ошибка	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом**19** Решите уравнение $x^3 + 3x^2 - 2x - 6 = 0$.**Решение.**

$$x^3 + 3x^2 - 2x - 6 = 0, x^2(x + 3) - 2(x + 3) = 0, (x + 3)(x^2 - 2) = 0.$$

Корни этого уравнения: $x = -3, x = \pm\sqrt{2}$.**Ответ:** $-3; -\sqrt{2}; \sqrt{2}$.

Содержание критерия оценивания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	2
Верно выполнено разложение на множители и получены один или два верных корня	1
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0

20 Решите неравенство $-x^3 - 2x \geq 0$.**Решение.**

$$-x^3 - 2x \geq 0, -x(x^2 + 2) \geq 0.$$

Так как $x^2 + 2 > 0$ при любом действительном значении x , то исходное неравенство равносильно неравенству: $-x \geq 0, x \leq 0$.**Ответ:** $x \leq 0$.

Содержание критерия оценивания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	3
Верно выполнено разложение на множители, но решение не доведено до конца или потеряно $x = 0$	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0

21 Докажите, что $\sqrt{23 - 8\sqrt{7}} = 4 - \sqrt{7}$.**Решение.**Арифметическим квадратным корнем из числа a называется неотрицательное число, квадрат которого равен a .

Проверим выполнение этих двух условий:

1) $4 - \sqrt{7} \geq 0$, так как $4 = \sqrt{16} > \sqrt{7}$.

2) $(4 - \sqrt{7})^2 = 16 - 8\sqrt{7} + 7 = 23 - 8\sqrt{7}$.

Следовательно, $\sqrt{23 - 8\sqrt{7}} = 4 - \sqrt{7}$.

Содержание критерия оценивания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	3
Не проверено первое условие или допущена одна вычислительная ошибка	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0

22 Найдите значения p , при которых парабола $y = -2x^2 + px - 50$ касается оси x . Для каждого значения p определите координаты точки касания.**Решение.**Парабола $y = -2x^2 + px - 50$ касается оси x означает, что квадратный трехчлен $-2x^2 + px - 50$ имеет единственный корень. Следовательно, дискриминант этого квадратного трехчлена равен 0:

$$D = p^2 - 400, p^2 - 400 = 0, p = \pm 20.$$

При $p = -20$ $y = -2x^2 - 20x - 50, y = -2(x + 5)^2, x = -5$ — абсцисса точки касания параболы с осью $x, (-5; 0)$ — координаты точки касания.При $p = 20$ $y = -2x^2 + 20x - 50, y = -2(x - 5)^2, x = 5$ — абсцисса точки касания параболы с осью $x, (5; 0)$ — координаты точки касания.**Ответ:** при $p = -20$ координаты точки касания — $(-5; 0)$;при $p = 20$ — $(5; 0)$.

Содержание критерия оценивания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	4
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но не указаны координаты точки касания или допущена одна вычислительная ошибка	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0

23 Апельсины подешевели на 30%. Сколько апельсинов теперь можно купить на те же деньги, на которые раньше покупали 2,8 кг?

Решение.

Пусть 1 кг апельсинов стоил x р. За 2,8 кг апельсинов первоначально платили 2,8 x р. После изменения цены 1 кг апельсинов стал стоить 0,7 x р. и на 2,8 x р. можно купить 2,8 : (0,7 x) = 4 килограмма апельсинов.

Ответ: 4 кг.

Задача может быть решена с использованием понятия обратной пропорциональности.

Содержание критерия оценивания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	4
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но допущена одна вычислительная ошибка	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом**19** Решите уравнение $x^3 - 3x^2 - 3x + 9 = 0$.**Решение.**

$$x^3 - 3x^2 - 3x + 9 = 0, x^2(x - 3) - 3(x - 3) = 0, (x - 3)(x^2 - 3) = 0.$$

Корни этого уравнения: $x = 3, x = \pm\sqrt{3}$.**Ответ:** 3; $-\sqrt{3}$; $\sqrt{3}$.

Содержание критерия оценивания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	2
Верно выполнено разложение на множители и получены один или два верных корня	1
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0

20 Решите неравенство $-y - 5y^3 \leq 0$.**Решение.**

$$-y - 5y^3 \leq 0, -y(1 + 5y^2) \leq 0.$$

Так как $1 + 5y^2 > 0$ при любом действительном значении y , то исходное неравенство равносильно неравенству: $-y \leq 0, y \geq 0$.**Ответ:** $y \geq 0$.

Содержание критерия оценивания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	3
Верно выполнено разложение на множители, но решение не доведено до конца или не указано решение $y = 0$	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0

21 Докажите, что $\sqrt{14 - 6\sqrt{5}} = 3 - \sqrt{5}$.**Решение.**Арифметическим квадратным корнем из числа a называется неотрицательное число, квадрат которого равен a .

Проверим выполнение этих двух условий:

1) $3 - \sqrt{5} \geq 0$, так как $3 = \sqrt{9} > \sqrt{5}$.

2) $(3 - \sqrt{5})^2 = 9 - 6\sqrt{5} + 5 = 14 - 6\sqrt{5}$.

Следовательно, $\sqrt{14 - 6\sqrt{5}} = 3 - \sqrt{5}$.

Содержание критерия оценивания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	3
Не проверено первое условие или допущена одна вычислительная ошибка	2
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0

22 Найдите значения p , при которых парабола $y = 3x^2 + px + 48$ касается оси x . Для каждого значения p определите координаты точки касания.**Решение.**Парабола $y = 3x^2 + px + 48$ касается оси x означает, что квадратный трехчлен $3x^2 + px + 48$ имеет единственный корень. Следовательно, дискриминант этого квадратного трехчлена равен 0:

$$D = p^2 - 576, p^2 - 576 = 0, p = \pm 24.$$

При $p = -24$ $y = 3x^2 - 24x + 48, y = 3(x - 4)^2, x = 4$ — абсцисса точки касания параболы с осью $x, (4; 0)$ — координаты точки касания.При $p = 24$ $y = 3x^2 + 24x + 48, y = 3(x + 4)^2, x = -4$ — абсцисса точки касания параболы с осью $x, (-4; 0)$ — координаты точки касания.**Ответ:** при $p = -24$ координаты точки касания $(4; 0)$; при $p = 24$ — $(-4; 0)$.

Содержание критерия оценивания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	4
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но не указаны координаты точки касания или допущена одна вычислительная ошибка	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0

23 Цена на фрукты возросла на 15%, за счет чего на 230 рублей было приобретено фруктов на 3 кг меньше. На сколько рублей возросла цена 1 кг фруктов?

Решение.

Пусть 1 кг фруктов стоил x р. После изменения цены 1 кг фруктов стал стоить 1,15 x р. Первоначально на 230 рублей можно было купить $\frac{230}{x}$ кг фруктов, а после подорожания — $\frac{230}{1,15x} = \frac{200}{x}$ кг фруктов, что на 3 кг меньше, чем до подорожания.

Следовательно, $\frac{230}{x} - \frac{200}{x} = 3$, $x = 10$, то есть 10 рублей стоил 1 кг фруктов.

Значит, цена 1 кг фруктов возросла на $10 \cdot 0,15 = 1,5$ рубля.

Ответ: на 1,5 рубля.

Содержание критерия оценивания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	4
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но допущена одна вычислительная ошибка или в ответе написана первоначальная цена	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0

Ответы к заданиям

№ задания	Ответ
1	412
2	4
3	49680
4	56
5	0,2
6	10
7	4
8	3
9	1

№ задания	Ответ
10	5,68
11	68
12	3
13	2
14	2
15	13
16	6
17	1
18	18

Ответы к заданиям

№ задания	Ответ
1	431
2	4
3	76500
4	18
5	0,6
6	20
7	2
8	3
9	2

№ задания	Ответ
10	23,5
11	38
12	-0,8
13	4
14	2
15	3
16	4
17	2
18	3

Ответы к заданиям

№ задания	Ответ
1	3
2	3
3	4
4	4
5	3
6	1
7	4
8	-2
9	1

№ задания	Ответ
10	312
11	1
12	1
13	10
14	2
15	2
16	0,65
17	120; 125
18	3

Ответы к заданиям

№ задания	Ответ
1	3
2	1
3	2
4	4
5	3
6	2
7	4
8	5
9	2

№ задания	Ответ
10	321
11	2
12	3
13	2
14	1
15	2
16	0,15
17	0
18	1