

Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

18 декабря 2015 года

Вариант МА10211

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

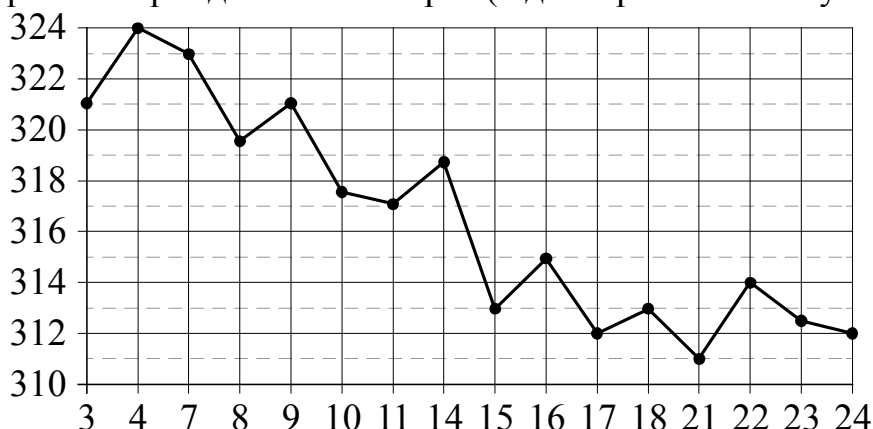
Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–12 является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1** Среди 45 000 жителей города 60 % не интересуются футболом. Среди жителей, интересующихся футболом, 75 % смотрели по телевизору финал Лиги чемпионов. Сколько жителей города смотрело этот матч по телевизору?

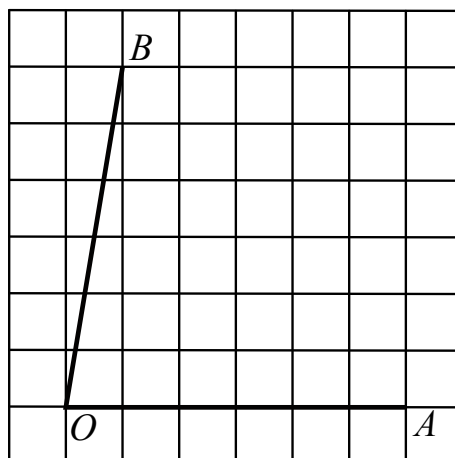
Ответ: _____.

- 2** На рисунке жирными точками показана цена золота на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 3 по 24 марта 2002 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена унции золота в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку наибольшую цену золота на момент закрытия торгов в период с 8 по 21 марта (в долларах США за унцию).



Ответ: _____.

- 3 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён угол. Найдите тангенс этого угла.



Ответ: _____.

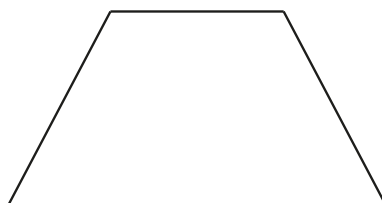
- 4 В классе 26 учащихся, среди них два друга — Олег и Михаил. Класс случайным образом разбивают на 2 равные группы. Найдите вероятность того, что Олег и Михаил окажутся в одной группе.

Ответ: _____.

- 5 Найдите корень уравнения $\sqrt{\frac{8}{3x-43}} = \frac{1}{4}$.

Ответ: _____.

- 6 Основания равнобедренной трапеции равны 8 и 20, а её площадь равна 112. Найдите периметр трапеции.



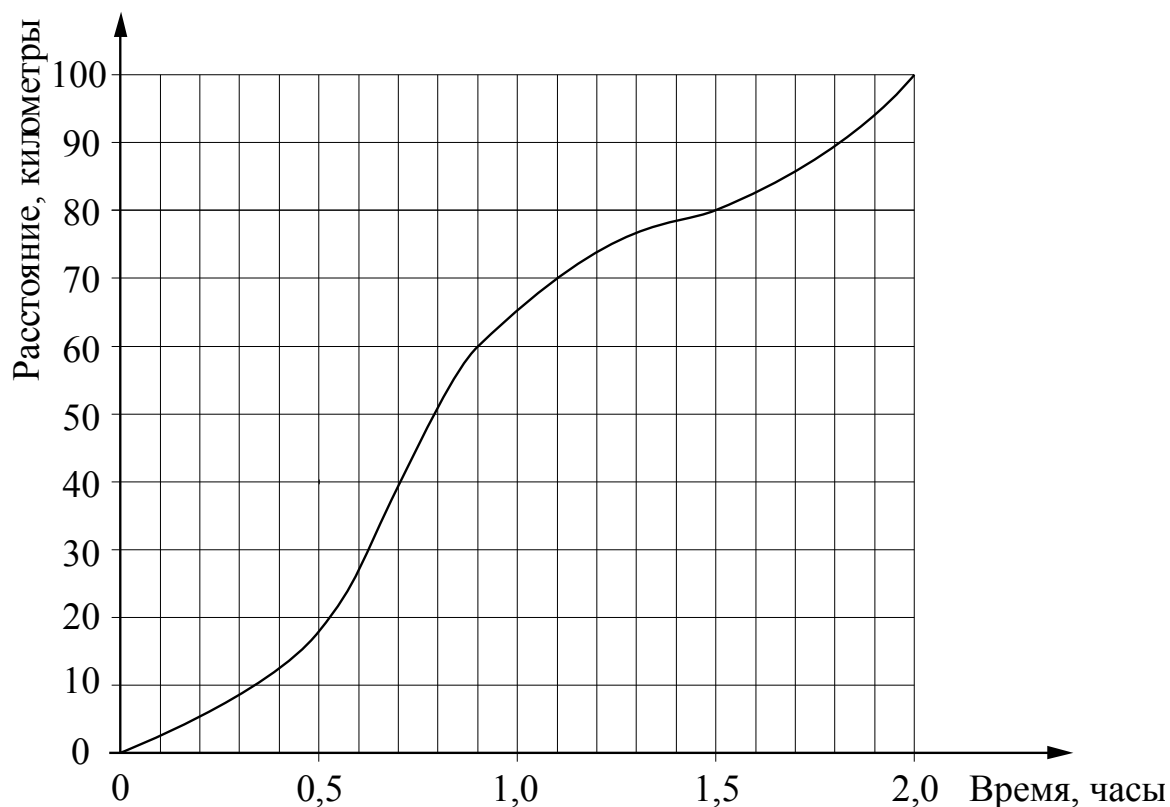
Ответ: _____.

Выполните ТОЛЬКО ОДНО из заданий: 7.1 или 7.2.

- 7.1** Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = -\frac{1}{6}t^3 + 7t^2 + 6t + 1$, где x — расстояние от точки отсчёта (в метрах), t — время движения (в секундах). Найдите её скорость (в метрах в секунду) в момент времени $t = 6$ с.

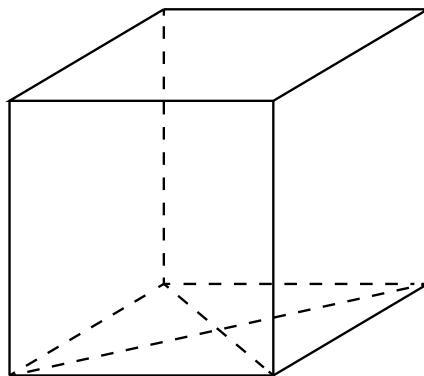
Ответ: _____.

- 7.2** На рисунке показан график движения автомобиля по маршруту. На оси абсцисс откладывается время (в часах), на оси ординат — пройденный путь (в километрах). Найдите среднюю скорость движения автомобиля на данном маршруте. Ответ дайте в км/ч.



Ответ: _____.

- 8 Найдите площадь поверхности прямой призмы, в основании которой лежит ромб с диагоналями, равными 6 и 8, и боковым ребром, равным 10.



Ответ: _____.

Часть 2

- 9 Найдите значение выражения $(9ax - (-6xa)) : 3ax$.

Ответ: _____.

- 10 При движении ракеты её видимая для неподвижного наблюдателя длина, измеряемая в метрах, вычисляется по закону $l = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$, где $l_0 = 95$ м — длина покоящейся ракеты, $c = 3 \cdot 10^5$ км/с — скорость света, а v — скорость ракеты (в км/с). Какова должна быть скорость ракеты, чтобы её наблюдаемая длина стала равна 57 м? Ответ выразите в км/с.

Ответ: _____.

- 11 Двум гонщикам предстоит проехать 85 кругов по кольцевой трассе протяжённостью 8 км. Оба гонщика стартовали одновременно, а на финиш первый пришёл раньше второго на 17 минут. Чему равнялась средняя скорость второго гонщика, если известно, что первый гонщик в первый раз обогнал второго на круг через 48 минут? Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

- 12 Найдите наименьшее значение функции $y = 4^{x^2 - 2x + 5}$.

Ответ: _____.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение $(2 \cos^2 x + \sin x - 2)\sqrt{5 \operatorname{tg} x} = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$.

14 Все рёбра правильной треугольной пирамиды $SBCD$ с вершиной S равны 9. Основание O высоты SO этой пирамиды является серединой отрезка SS_1 , M — середина ребра SB , точка L лежит на ребре CD так, что $CL : LD = 7 : 2$.

а) Докажите, что сечение пирамиды $SBCD$ плоскостью S_1LM — равнобокая трапеция.

б) Вычислите длину средней линии этой трапеции.

15 Решите неравенство $\frac{(5x-3)^2}{x-2} \geq \frac{9-30x+25x^2}{14-9x+x^2}$.

16 В треугольник ABC вписана окружность радиуса R , касающаяся стороны AC в точке M , причём $AM = 2R$ и $CM = 3R$.

а) Докажите, что треугольник ABC прямоугольный.

б) Найдите расстояние между центрами его вписанной и описанной окружностей, если известно, что $R = 2$.

17 По вкладу «А» банк в течение трёх лет в конце каждого года увеличивает на 10 % сумму, имеющуюся на вкладе в начале года, а по вкладу «Б» — увеличивает на 11 % в течение каждого из первых двух лет. Найдите наименьшее целое число процентов за третий год по вкладу «Б», при котором за все три года этот вклад всё ещё останется выгоднее вклада «А».

18 Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + 2(2y - x)a = 1 + 2a - 4a^2, \\ x^2 + y^2 + 4(x - y)a = 4 + 4a - 7a^2 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

19

Будем называть четырёхзначное число очень счастливым, если все цифры в его десятичной записи различны, а сумма первых двух из этих цифр равна сумме последних двух из них. Например, очень счастливым является число 3140.

а) Существуют ли десять последовательных четырёхзначных чисел, среди которых есть два очень счастливых?

б) Может ли разность двух очень счастливых четырёхзначных чисел равняться 2015?

в) Найдите наименьшее натуральное число, для которого не существует кратного ему очень счастливого четырёхзначного числа.

Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

18 декабря 2015 года

Вариант МА10212

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

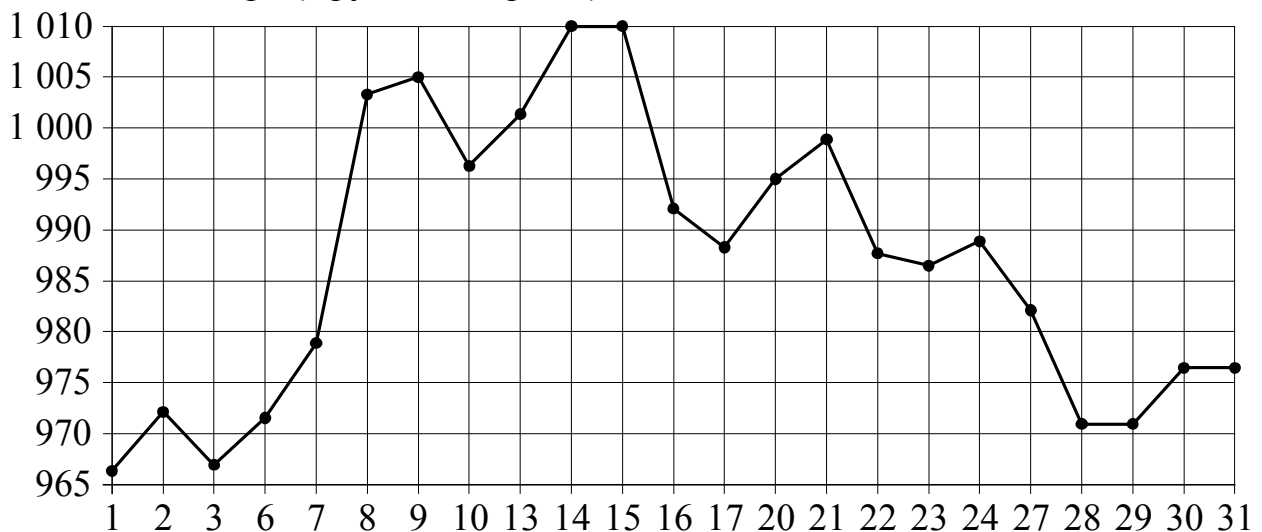
Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–12 является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1 Среди 85 000 жителей города 40 % не интересуются футболом. Среди жителей, интересующихся футболом, 90 % смотрели по телевизору финал чемпионата мира. Сколько жителей города смотрело этот матч по телевизору?

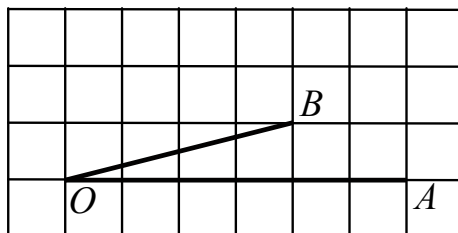
Ответ: _____.

- 2 На рисунке жирными точками показана цена золота, установленная Центробанком РФ, во все рабочие дни в октябре 2009 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена золота в рублях за грамм. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку наибольшую цену золота на момент закрытия торгов в период с 3 по 13 октября (в рублях за грамм).



Ответ: _____.

- 3 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён угол. Найдите тангенс этого угла.



Ответ: _____.

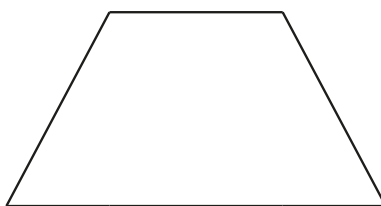
- 4 В классе 21 учащийся, среди них два друга — Вадим и Олег. Класс случайным образом разбивают на 3 равные группы. Найдите вероятность того, что Вадим и Олег окажутся в одной группе.

Ответ: _____.

- 5 Найдите корень уравнения $\sqrt{\frac{7}{4x-57}} = \frac{1}{3}$.

Ответ: _____.

- 6 Основания равнобедренной трапеции равны 5 и 11, а её площадь равна 32. Найдите периметр трапеции.



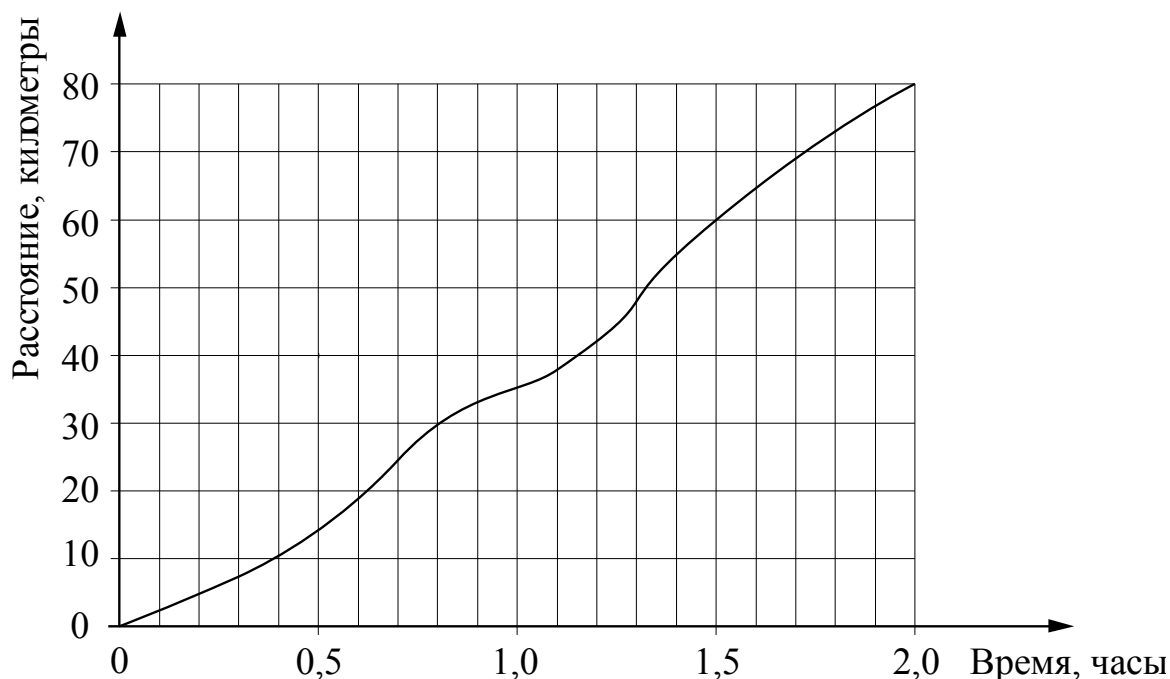
Ответ: _____.

Выполните ТОЛЬКО ОДНО из заданий: 7.1 или 7.2.

- 7.1** Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = -\frac{1}{3}t^3 + 8t^2 - 9t + 28$, где x — расстояние от точки отсчёта (в метрах), t — время движения (в секундах). Найдите её скорость (в метрах в секунду) в момент времени $t = 2$ с.

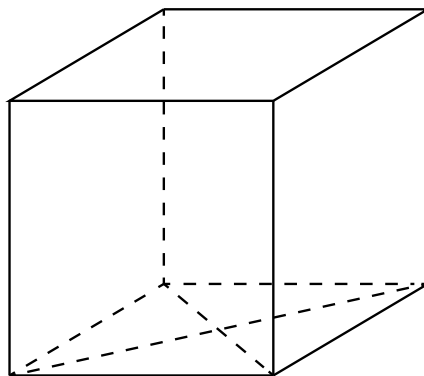
Ответ: _____.

- 7.2** На рисунке показан график движения автомобиля по маршруту. На оси абсцисс откладывается время (в часах), на оси ординат — пройденный путь (в километрах). Найдите среднюю скорость движения автомобиля на данном маршруте. Ответ дайте в км/ч.



Ответ: _____.

- 8 Найдите площадь поверхности прямой призмы, в основании которой лежит ромб с диагоналями, равными 9 и 12, и боковым ребром, равным 5.



Ответ: _____.

Часть 2

- 9 Найдите значение выражения $(5ax - (-3xa)) : 4ax$.

Ответ: _____.

- 10 При движении ракеты её видимая для неподвижного наблюдателя длина, измеряемая в метрах, вычисляется по закону $l = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$, где $l_0 = 50$ м — длина покоящейся ракеты, $c = 3 \cdot 10^8$ км/с — скорость света, а v — скорость ракеты (в км/с). Какова должна быть скорость ракеты, чтобы её наблюдаемая длина стала равна 14 м? Ответ выразите в км/с.

Ответ: _____.

- 11 Двум гонщикам предстоит проехать 68 кругов по кольцевой трассе протяжённостью 6 км. Оба гонщика стартовали одновременно, а на финиш первый пришёл раньше второго на 15 минут. Чему равнялась средняя скорость второго гонщика, если известно, что первый гонщик в первый раз обогнал второго на круг через 60 минут? Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

- 12 Найдите наименьшее значение функции $y = 5^{x^2 - 6x + 12}$.

Ответ: _____.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение $(\sqrt{2} \sin^2 x + \cos x - \sqrt{2})\sqrt{-6 \sin x} = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$.

14 Все рёбра правильной треугольной пирамиды $SBCD$ с вершиной S равны 18. Основание O высоты SO этой пирамиды является серединой отрезка SS_1 , M — середина ребра SB , точка L лежит на ребре CD так, что $CL : LD = 7 : 2$.

а) Докажите, что сечение пирамиды $SBCD$ плоскостью S_1LM — равнобокая трапеция.

б) Вычислите длину средней линии этой трапеции.

15 Решите неравенство $\frac{(5x-2)^2}{x-3} \geq \frac{4-20x+25x^2}{24-11x+x^2}$.

16 В треугольник ABC вписана окружность радиуса R , касающаяся стороны AC в точке M , причём $AM = 5R$ и $CM = 1,5R$.

а) Докажите, что треугольник ABC прямоугольный.

б) Найдите расстояние между центрами его вписанной и описанной окружностей, если известно, что $R = 4$.

17 По вкладу «А» банк в течение трёх лет в конце каждого года увеличивает на 20 % сумму, имеющуюся на вкладе в начале года, а по вкладу «Б» — увеличивает на 21 % в течение каждого из первых двух лет. Найдите наименьшее целое число процентов за третий год по вкладу «Б», при котором за все три года этот вклад всё ещё останется выгоднее вклада «А».

18 Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 2(2y - x)a = 1 - 2a - 4a^2, \\ x^2 + y^2 - 4(x - y)a = 4 - 4a - 7a^2 \end{cases}$$

не имеет решений.

19 Будем называть четырёхзначное число очень счастливым, если все цифры в его десятичной записи различны, а сумма первых двух из этих цифр равна сумме последних двух из них. Например, очень счастливым является число 3140.

а) Существуют ли двадцать последовательных четырёхзначных чисел, среди которых есть три очень счастливых?

б) Может ли разность двух очень счастливых четырёхзначных чисел равняться 2016?

в) Найдите наименьшее простое число, для которого не существует кратного ему очень счастливого четырёхзначного числа.