

Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

26 января 2017 года

Вариант МА10309

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

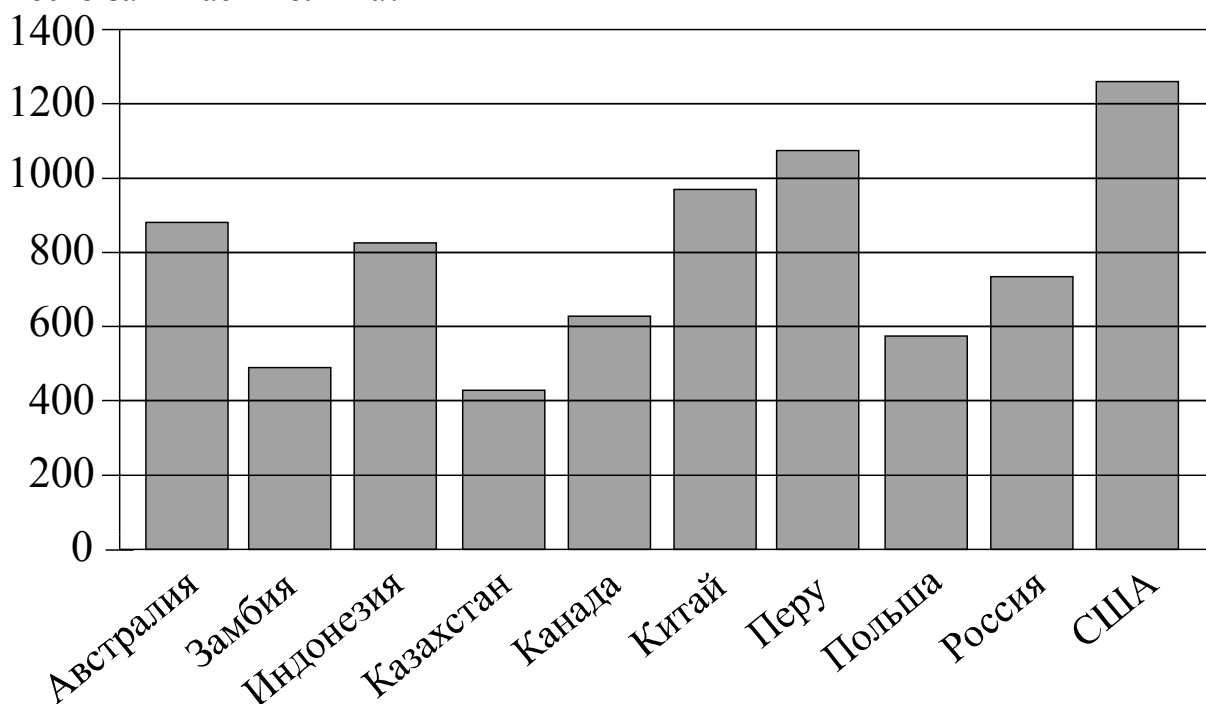
Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–12 является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1** Установка счётчиков холодной и горячей воды стоит 2300 рублей. До установки счётчиков за водоснабжение платили 1200 рублей ежемесячно. После установки счётчиков ежемесячная оплата стала 600 рублей. Через сколько месяцев экономия впервые превысит затраты на установку счётчиков, если тарифы на воду не изменятся?

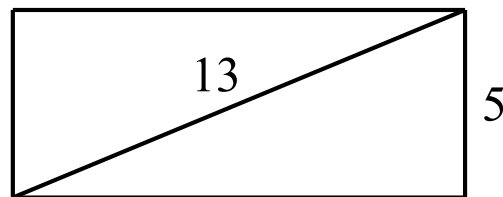
Ответ: _____.

- 2** На диаграмме показано количество выплавляемой меди в 10 странах мира в 2006 году. По горизонтали указываются страны, по вертикали – количество выплавляемой меди (в тысячах тонн). Среди представленных стран первое место по выплавке меди занимали США, десятое место — Казахстан. Какое место занимает Польша?



Ответ: _____.

- 3 Найдите площадь прямоугольника по данным рисунка.



Ответ: _____.

- 4 Чтобы выйти в следующий круг соревнований, футбольной команде нужно набрать хотя бы 4 очка в двух играх. Если команда выигрывает, она получает 3 очка, в случае ничьей — 1 очко, если проигрывает — 0 очков. Найдите вероятность того, что команде удастся выйти в следующий круг соревнований. Считайте, что в каждой игре вероятности выигрыша и проигрыша одинаковы и равны 0,4.

Ответ: _____.

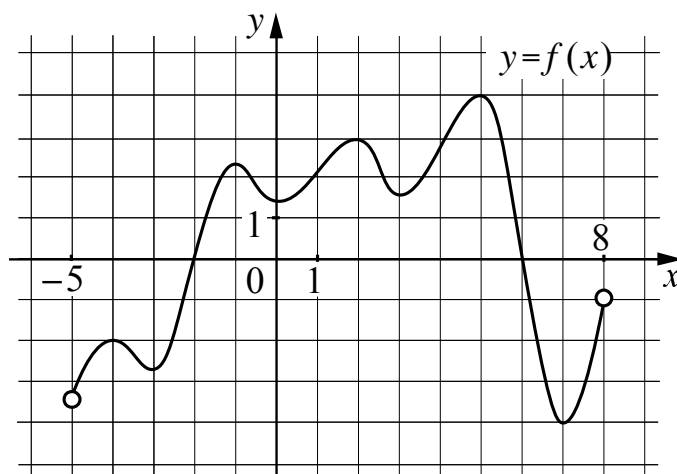
- 5 Найдите корень уравнения $\sqrt{52 - 6x} = 4$.

Ответ: _____.

- 6 Найдите площадь прямоугольника, диагональ которого равна 13, а одна из сторон равна 5.

Ответ: _____.

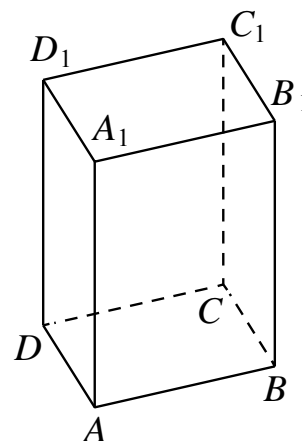
- 7 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-5; 8)$. Найдите наибольшее значение функции на отрезке $[-2; 3]$.



Ответ: _____.

- 8 Дана правильная четырёхугольная призма $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, площадь основания которой равна 6, а боковое ребро равно 7. Найдите объём многогранника, вершинами которого являются точки A, B, C, A_1, B_1 .

Ответ: _____.



Часть 2

- 9 Найдите $\operatorname{tg} \alpha$, если $\sin \alpha = -\frac{7}{\sqrt{149}}$ и $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$.

Ответ: _____.

- 10 При сближении источника и приёмника звуковых сигналов, движущихся в некоторой среде по прямой навстречу друг другу, частота звукового сигнала, регистрируемого приёмником, не совпадает с частотой исходного сигнала $f_0 = 160$ Гц и равна: $f = f_0 \cdot \frac{c+u}{c-v}$ (Гц), где c — скорость распространения сигнала в среде (в м/с), а $u = 8$ м/с и $v = 16$ м/с — скорости приёмника и источника относительно среды соответственно. При какой скорости c (в м/с) распространения сигнала в среде частота f сигнала в приёмнике будет равна 170 Гц?

Ответ: _____.

- 11 Завод получил заказ на партию штампованных деталей. Один автомат может отштамповать все детали за 16 часов. Через 2 часа после того, как первый автомат начал штамповать детали, начал работу второй такой же автомат, и оставшиеся детали были распределены между двумя автоматами поровну. Сколько всего часов потребовалось на выполнение этого заказа?

Ответ: _____.

12

Найдите точку минимума функции $y = \sqrt{x^2 - 6x + 11}$.

Ответ: _____.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13

а) Решите уравнение $\frac{4^{\sin 2x} - 2^{2\sqrt{3}\sin x}}{\sqrt{7}\sin x} = 0$.

б) Найдите все его корни, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{13\pi}{2}; -5\pi\right]$.

14

Точки P и Q — середины рёбер AD и CC_1 куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ соответственно.

а) Докажите, что прямые B_1P и QB перпендикулярны.

б) Найдите площадь сечения куба плоскостью, проходящей через точку P и перпендикулярной прямой BQ , если ребро куба равно 4.

15

Решите неравенство $3^{|x|} - 8 - \frac{3^{|x|} + 9}{9^{|x|} - 4 \cdot 3^{|x|} + 3} \leq \frac{5}{3^{|x|} - 1}$.

16

Дана трапеция $ABCD$ с основаниями AD и BC . Диагональ BD разбивает её на два равнобедренных треугольника с основаниями AD и CD .

а) Докажите, что луч AC — биссектриса угла BAD .

б) Найдите CD , если известны диагонали трапеции: $AC = 12$ и $BD = 6,5$.

- 17** В июле 2016 года планируется взять кредит в банке на три года в размере S млн рублей, где S — **целое** число. Условия его возврата таковы:
- каждый январь долг увеличивается на 15 % по сравнению с концом предыдущего года;
 - с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
 - в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей.

Месяц и год	Июль 2016	Июль 2017	Июль 2018	Июль 2019
Долг (в млн рублей)	S	$0,8S$	$0,5S$	0

Найдите наибольшее значение S , при котором каждая из выплат будет меньше 4 млн рублей.

- 18** Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $\sqrt{x^4 - 16x^2 + 64a^2} = x^2 + 4x - 8a$ имеет ровно 3 решения.

- 19** Конечная возрастающая последовательность a_1, a_2, \dots, a_n состоит из $n \geq 3$ различных натуральных чисел, причём при всех натуральных $k \leq n - 2$ выполнено равенство $4a_{k+2} = 7a_{k+1} - 3a_k$.
- а) Приведите пример такой последовательности при $n = 5$.
 - б) Может ли в такой последовательности при некотором $n \geq 3$ выполняться равенство $a_n = 4a_2 - 3a_1$?
 - в) Какое наименьшее значение может принимать a_1 , если $a_n = 527$?

Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

26 января 2017 года

Вариант МА10310

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

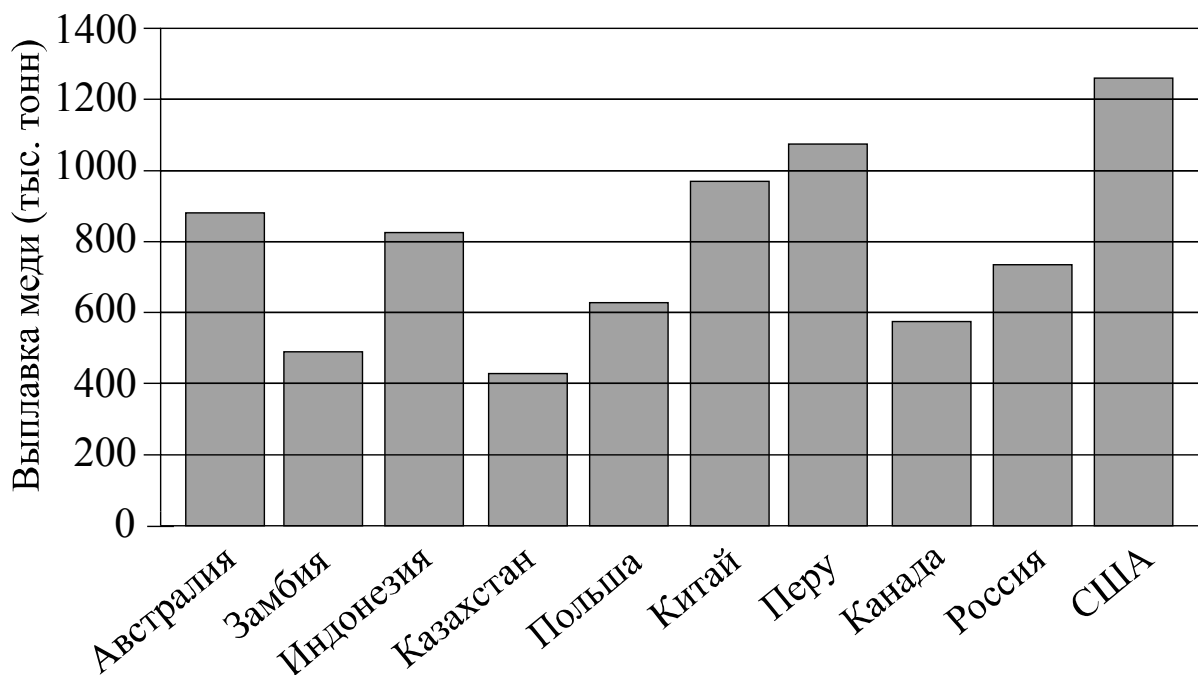
Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–12 является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1** Установка счётчиков холодной и горячей воды стоит 2100 рублей. До установки счётчиков за водоснабжение платили 1100 рублей ежемесячно. После установки счётчиков ежемесячная оплата стала 700 рублей. Через сколько месяцев экономия впервые превысит затраты на установку счётчиков, если тарифы на воду не изменятся?

Ответ: _____.

- 2** Какое место по выплавке меди занимает Канада?



Ответ: _____.

- 3** Найдите площадь прямоугольника, диагональ которого равна 5, а одна из сторон равна 4.

Ответ: _____.

4 Чтобы пройти в следующий круг соревнований, футбольной команде нужно набрать хотя бы 4 очка в двух играх. Если команда выигрывает, она получает 3 очка, в случае ничьей — 1 очко, если проигрывает — 0 очков. Найдите вероятность того, что команде удастся выйти в следующий круг соревнований. Считайте, что в каждой игре вероятности выигрыша и проигрыша одинаковы, а вероятность ничьей равна 0,4.

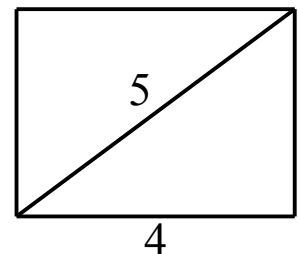
Ответ: _____.

5 Найдите корень уравнения $\sqrt{53 - 4x} = 7$.

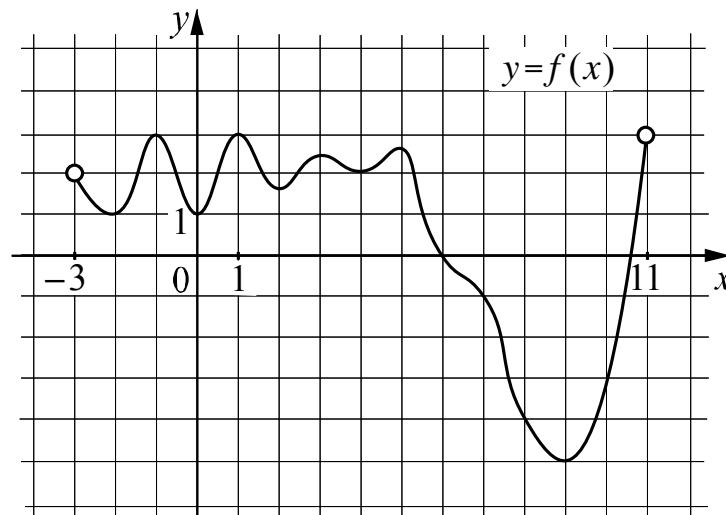
Ответ: _____.

6 Найдите площадь прямоугольника по данным рисунка.

Ответ: _____.



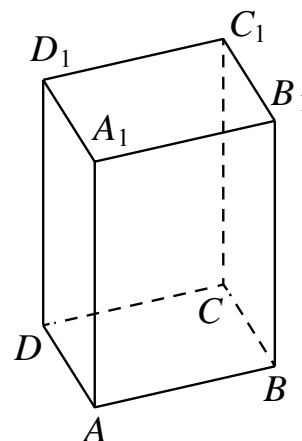
7 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-3; 11)$. Найдите наименьшее значение функции на отрезке $[-1; 5]$.



Ответ: _____.

- 8 Дана правильная четырёхугольная призма $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, площадь основания которой равна 8, а боковое ребро равно 6. Найдите объём многогранника, вершинами которого являются точки A, B, C, A_1, B_1 .

Ответ: _____.



Часть 2

- 9 Найдите $\operatorname{tg} \alpha$, если $\sin \alpha = \frac{5}{\sqrt{41}}$ и $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$.

Ответ: _____.

- 10 При сближении источника и приёмника звуковых сигналов, движущихся в некоторой среде по прямой навстречу друг другу, частота звукового сигнала, регистрируемого приёмником, не совпадает с частотой исходного сигнала $f_0 = 120$ Гц и равна: $f = f_0 \cdot \frac{c+u}{c-v}$ (Гц), где c — скорость распространения сигнала в среде (в м/с), а $u = 10$ м/с и $v = 5$ м/с — скорости приёмника и источника относительно среды соответственно. При какой скорости c (в м/с) распространения сигнала в среде частота f сигнала в приёмнике будет равна 125 Гц?

Ответ: _____.

- 11 Завод получил заказ на партию штампованных деталей. Один автомат может отштамповать все детали за 19 часов. Через 1 час после того, как первый автомат начал штамповать детали, начал работу второй такой же автомат, и оставшиеся детали были распределены между двумя автоматами поровну. Сколько всего часов потребовалось на выполнение этого заказа?

Ответ: _____.

12 Найдите точку минимума функции $y = \sqrt{x^2 - 12x + 55}$.

Ответ: _____.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение $\frac{9^{\sin 2x} - 3^{2\sqrt{2}\sin x}}{\sqrt{11\sin x}} = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{7\pi}{2}; 5\pi\right]$.

14 Точки P и Q — середины рёбер AD и CC_1 куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ соответственно.

а) Докажите, что прямые B_1P и QB перпендикулярны.

б) Найдите площадь сечения куба плоскостью, проходящей через точку P и перпендикулярной прямой BQ , если ребро куба равно 10.

15 Решите неравенство $2^{|x|} - 6 - \frac{9 \cdot 2^{|x|} - 37}{4^{|x|} - 7 \cdot 2^{|x|} + 12} \leq \frac{1}{2^{|x|} - 4}$.

16 Дана трапеция $ABCD$ с основаниями AD и BC . Диагональ BD разбивает её на два равнобедренных треугольника с основаниями AD и CD .

а) Докажите, что луч AC — биссектриса угла BAD .

б) Найдите CD , если известны диагонали трапеции: $AC = 15$ и $BD = 8,5$.

- 17** В июле 2016 года планируется взять кредит в банке на три года в размере S млн рублей, где S — **целое** число. Условия его возврата таковы:
- каждый январь долг увеличивается на 30 % по сравнению с концом предыдущего года;
 - с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
 - в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей.

Месяц и год	Июль 2016	Июль 2017	Июль 2018	Июль 2019
Долг (в млн рублей)	S	$0,6S$	$0,25S$	0

Найдите наибольшее значение S , при котором каждая из выплат будет меньше 5 млн рублей.

- 18** Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $\sqrt{x^4 - 4x^2 + 9a^2} = x^2 + 2x - 3a$ имеет ровно 3 решения.

- 19** Конечная возрастающая последовательность a_1, a_2, \dots, a_n состоит из $n \geq 3$ различных натуральных чисел, причём при всех натуральных $k \leq n - 2$ выполнено равенство $3a_{k+2} = 4a_{k+1} - a_k$.

- а) Приведите пример такой последовательности при $n = 5$.
- б) Может ли в такой последовательности при некотором $n \geq 3$ выполняться равенство $2a_n = 3a_2 - a_1$?
- в) Какое наименьшее значение может принимать a_1 , если $a_n = 315$?