

## Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

20 декабря 2016 года

Вариант МА10209

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО \_\_\_\_\_ класс \_\_\_\_\_

### Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развернутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

*Желаем успеха!*

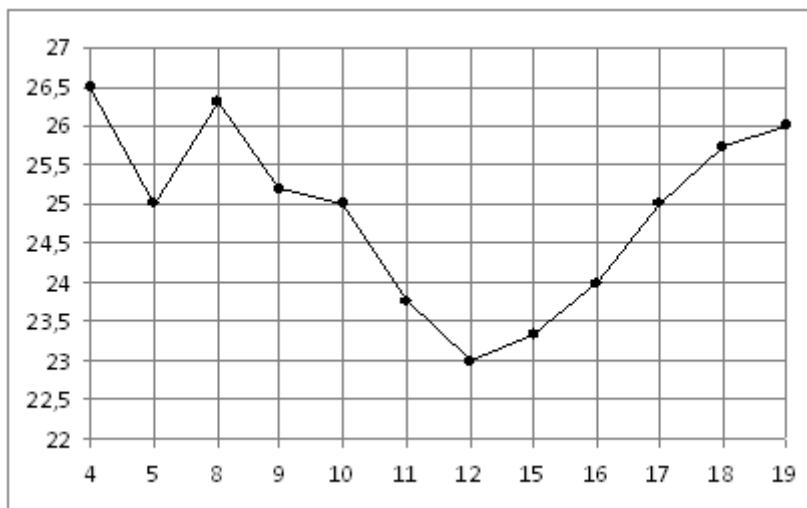
## Часть 1

**Ответом к каждому заданию является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.**

- 1** Флакон шампуня стоит 140 рублей. Какое наибольшее количество флаконов можно купить на 900 рублей во время распродажи, когда скидка составляет 35 %?

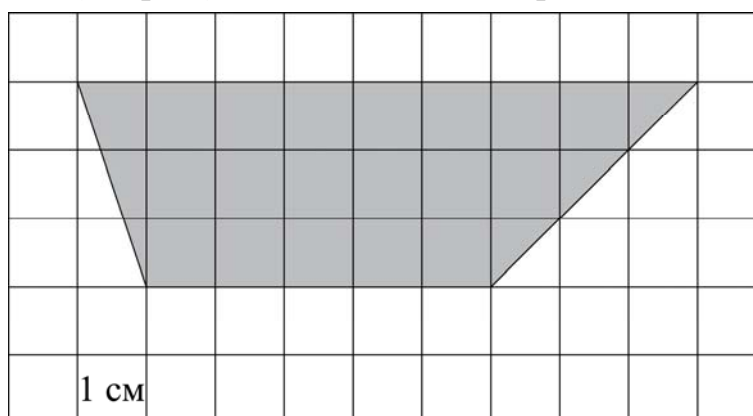
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2** На рисунке жирными точками показана цена нефти на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 4 по 19 апреля 2002 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали цена барреля нефти в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку наибольшую цену нефти на момент закрытия торгов в указанный период (в долларах США за баррель).



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3** Найдите площадь трапеции, изображённой на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4 В группе туристов 32 человека. Их вертолёт в несколько приёмов забрасывают в труднодоступный район по 4 человека за рейс. Порядок, в котором вертолёт перевозит туристов, случаен. Найдите вероятность того, что турист К. полетит пятым рейсом вертолёта.

Ответ: \_\_\_\_\_.

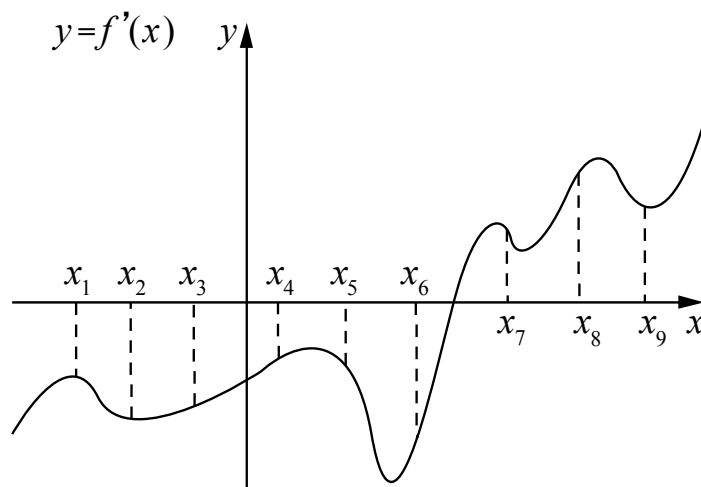
- 5 Найдите корень уравнения  $\sqrt{\frac{2}{2x-54}} = \frac{1}{3}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6 Сторона  $AB$  треугольника  $ABC$  равна 37. Противлежащий ей угол  $C$  равен  $150^\circ$ . Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7 На рисунке изображён график функции  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ . На оси абсцисс отмечены девять точек:  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9$ . Сколько из этих точек лежит на промежутках возрастания функции  $f(x)$ ?



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 В правильной четырёхугольной пирамиде  $SABCD$  точка  $O$  — центр основания,  $S$  — вершина,  $SO = 24$ ,  $SD = 26$ . Найдите длину отрезка  $AC$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**Часть 2****9**

Найдите значение выражения  $\frac{8^{6,4}}{16^{4,05}}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**10**

Высота над землёй подброшенного вверх мяча меняется по закону  $h(t) = 1,8 + 10t - 5t^2$ , где  $h$  — высота в метрах,  $t$  — время в секундах, прошедшее с момента броска. Какое время мяч будет находиться на высоте не менее 5 метров? Ответ дайте в секундах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**11**

От пристани  $A$  к пристани  $B$ , расстояние между которыми равно 154 км, отправился с постоянной скоростью первый теплоход, а через 3 часа после этого следом за ним со скоростью на 3 км/ч большей, отправился второй. Найдите скорость первого теплохода, если в пункт  $B$  оба теплохода прибыли одновременно. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**12**

Найдите наибольшее значение функции  $y = (x - 2)^2(x - 4) + 5$  на отрезке  $[1; 3]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.**

**13**

а) Решите уравнение  $\frac{2 \cos^2 x - \sqrt{3} \cos x}{\log_4(\sin x)} = 0$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-3\pi; -\frac{3}{2}\pi\right]$ .

**14** Дана правильная треугольная призма  $ABCA_1B_1C_1$ , у которой сторона основания равна 2, а боковое ребро равно 3. Через точки  $A$ ,  $C_1$  и середину  $T$  ребра  $A_1B_1$  проведена плоскость.

а) Докажите, что сечение призмы указанной плоскостью является прямоугольным треугольником.

б) Найдите угол между плоскостью сечения и плоскостью  $ABC$ .

**15**

Решите неравенство  $\frac{3^{2x} - 54 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{2(x+1)} - 1}{x + 3} \leq 0$ .

**16**

Дан треугольник  $ABC$ . Серединный перпендикуляр к стороне  $AB$  пересекается с биссектрисой угла  $BAC$  в точке  $K$ , лежащей на стороне  $BC$ .

а) Докажите, что  $AC^2 = BC \cdot CK$ .

б) Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник  $AKB$ , если  $\cos B = \frac{2}{3}$ ,  $AC = 36$ , а площадь треугольника  $AKC$  равна  $126\sqrt{5}$ .

**17**

По бизнес-плану предполагается вложить в четырёхлетний проект **целое** число миллионов рублей. По итогам каждого года планируется прирост средств вкладчика на 20 % по сравнению с началом года. Начисленные проценты остаются вложенными в проект. Кроме этого, сразу после начислений процентов нужны дополнительные вложения: по 20 миллионов рублей в первый и второй годы, а также по 10 миллионов в третий и четвёртый годы. Найдите наименьший размер первоначальных вложений, при котором они за два года станут больше 100 миллионов, а за четыре года станут больше 170 миллионов рублей.

**18**

Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} \left( (x-5)^2 + (y-3)^2 - 9 \right) \left( (x-2)^2 + (y+1)^2 \right) \leq 0, \\ y = ax + a + 3 \end{cases}$$

не имеет решений.

**19** Возрастающие арифметические прогрессии  $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$  и  $b_1, b_2, \dots, b_n, \dots$  состоят из натуральных чисел.

а) Существуют ли такие прогрессии, для которых  $\frac{a_1}{b_1}, \frac{a_2}{b_2}$  и  $\frac{a_4}{b_4}$  — различные натуральные числа?

б) Существуют ли такие прогрессии, для которых  $\frac{a_1}{b_1}, \frac{b_2}{a_2}$  и  $\frac{a_4}{b_4}$  — различные натуральные числа?

в) Какое наименьшее значение может принимать дробь  $\frac{a_2}{b_2}$ , если известно,

что  $\frac{a_1}{b_1}, \frac{a_2}{b_2}$  и  $\frac{a_{10}}{b_{10}}$  — различные натуральные числа?

# Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

20 декабря 2016 года

Вариант МА10210

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО \_\_\_\_\_ класс \_\_\_\_\_

## Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развернутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

*Желаем успеха!*

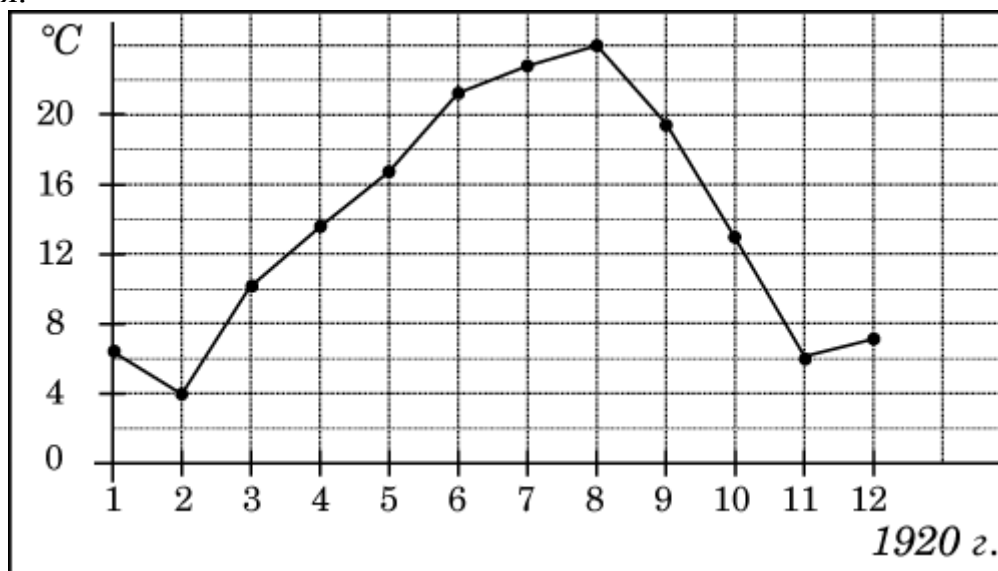
**Часть 1**

**Ответом к каждому заданию является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.**

- 1** Флакон шампуня стоит 150 рублей. Какое наибольшее количество флаконов можно купить на 800 рублей во время распродажи, когда скидка составляет 25 %?

Ответ: \_\_\_\_\_.

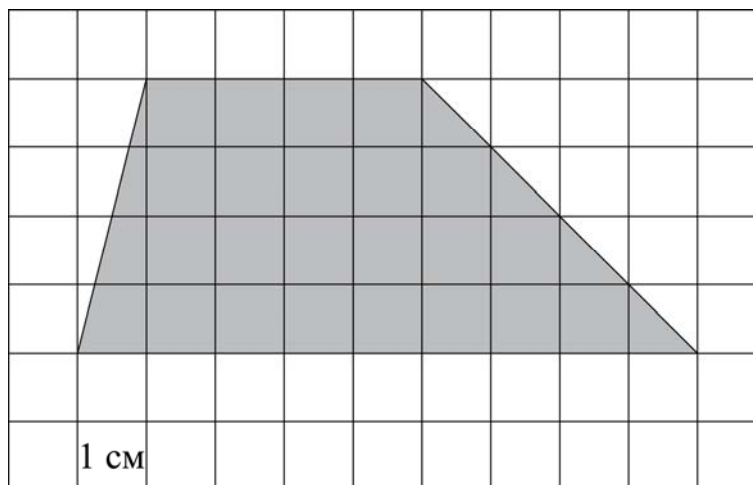
- 2** На рисунке жирными точками показана среднемесячная температура воздуха за каждый месяц 1920 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Для наглядности жирные точки соединены линией. Определите по рисунку, какой была наибольшая среднемесячная температура в Сочи в 1920 году. Ответ дайте в градусах Цельсия.



Ответ: \_\_\_\_\_.



- 3** Найдите площадь трапеции, изображённой на клетчатой бумаге с размером клетки  $1\text{ см} \times 1\text{ см}$  (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4** В группе туристов 30 человек. Их вертолёт в несколько приёмов забрасывают в труднодоступный район по 3 человека за рейс. Порядок, в котором вертолёт перевозит туристов, случаен. Найдите вероятность того, что турист Н. полетит четвёртым рейсом вертолёта.

Ответ: \_\_\_\_\_.

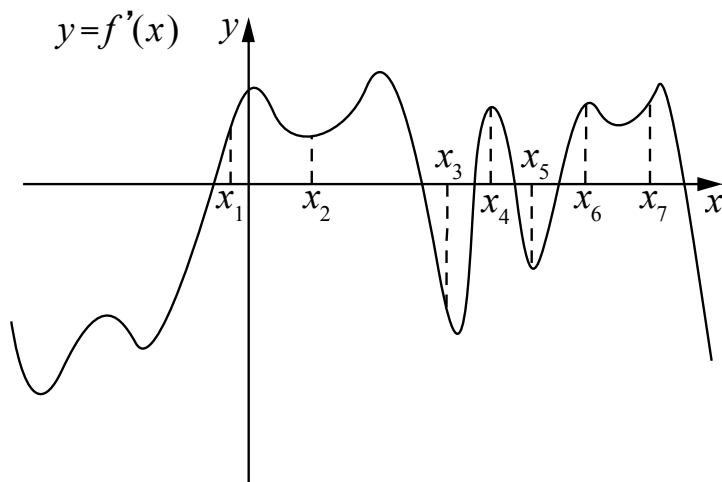
- 5** Найдите корень уравнения  $\sqrt{\frac{10}{4x-58}} = \frac{1}{7}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6** Сторона  $AB$  треугольника  $ABC$  равна 42. Противлежащий ей угол  $C$  равен  $150^\circ$ . Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7** На рисунке изображён график функции  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ . На оси абсцисс отмечены семь точек:  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7$ . Сколько из этих точек лежит на промежутках возрастания функции  $f(x)$ ?



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8** В правильной четырёхугольной пирамиде  $SABCD$  точка  $O$  — центр основания,  $S$  — вершина,  $SO = 48$ ,  $SB = 60$ . Найдите длину отрезка  $BD$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**Часть 2**

- 9** Найдите значение выражения  $\frac{7^{6,4}}{49^{2,2}}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10** Высота над землёй подброшенного вверх мяча меняется по закону  $h(t) = 1 + 12t - 5t^2$ , где  $h$  — высота в метрах,  $t$  — время в секундах, прошедшее с момента броска. Какое время мяч будет находиться на высоте не менее 5 метров? Ответ дайте в секундах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11** От пристани  $A$  к пристани  $B$ , расстояние между которыми равно 192 км, отправился с постоянной скоростью первый теплоход, а через 4 часа после этого следом за ним со скоростью, на 4 км/ч большей, отправился второй. Найдите скорость первого теплохода, если в пункт  $B$  оба теплохода прибыли одновременно. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 12** Найдите наименьшее значение функции  $y = (x+3)^2(x+5) - 1$  на отрезке  $[-4; -1]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

*Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.*

- 13** а) Решите уравнение  $\frac{2\sin^2 x - \sin x}{\log_7(\cos x)} = 0$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-5\pi; -\frac{7}{2}\pi\right]$ .

- 14** Дана правильная треугольная призма  $ABCA_1B_1C_1$ , у которой сторона основания равна 4, а боковое ребро равно 3. Через точки  $A$ ,  $C_1$  и середину  $T$  ребра  $A_1B_1$  проведена плоскость.

а) Докажите, что сечение призмы указанной плоскостью является прямоугольным треугольником.

б) Найдите угол между плоскостью сечения и плоскостью  $ABC$ .

- 15** Решите неравенство  $\frac{5^{2x+1} - 75 \cdot 0,2^{2x} - 10}{x+2} \leq 0$ .

**16** Дан треугольник  $ABC$ . Серединный перпендикуляр к стороне  $AB$  пересекается с биссектрисой угла  $BAC$  в точке  $K$ , лежащей на стороне  $BC$ .

а) Докажите, что  $AC^2 = BC \cdot CK$ .

б) Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник  $AKC$ , если  $\cos B = 0,6$ ,  $AC = 18$ , а площадь треугольника  $AKC$  равна 108.

**17** По бизнес-плану предполагается вложить в четырёхлетний проект **целое** число миллионов рублей. По итогам каждого года планируется прирост средств вкладчика на 20 % по сравнению с началом года. Начисленные проценты остаются вложенными в проект. Кроме этого, сразу после начислений процентов нужны дополнительные вложения: по 20 миллионов рублей в первый и второй годы, а также по 10 миллионов в третий и четвёртый годы. Найдите наименьший размер первоначальных вложений, при котором они за два года станут больше 125 миллионов, а за четыре года станут больше 200 миллионов рублей.

**18** Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} \left( (x-3)^2 + (y-3)^2 - 1 \right) \left( (x-1)^2 + y^2 \right) \leq 0, \\ y - 2 = ax \end{cases}$$

не имеет решений.

**19** Возрастающие арифметические прогрессии  $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$  и  $b_1, b_2, \dots, b_n, \dots$  состоят из натуральных чисел.

а) Существуют ли такие прогрессии, для которых  $a_1 b_1 + a_3 b_3 = 3a_2 b_2$ ?

б) Существуют ли такие прогрессии, для которых  $a_1 b_1 + 2a_4 b_4 = 3a_3 b_3$ ?

в) Какое наибольшее значение может принимать произведение  $a_3 b_3$ , если  $a_1 b_1 + 2a_4 b_4 \leq 300$ ?