

**Диагностическая работа
по подготовке к ЕГЭ**

по МАТЕМАТИКЕ
13 февраля 2015 года 10-11 класс

Вариант МА00409
профильный уровень

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 21 задание.

Часть 1 содержит 9 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 5 заданий повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развернутым ответом.

Ответы к заданиям 1–14 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 15–21 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

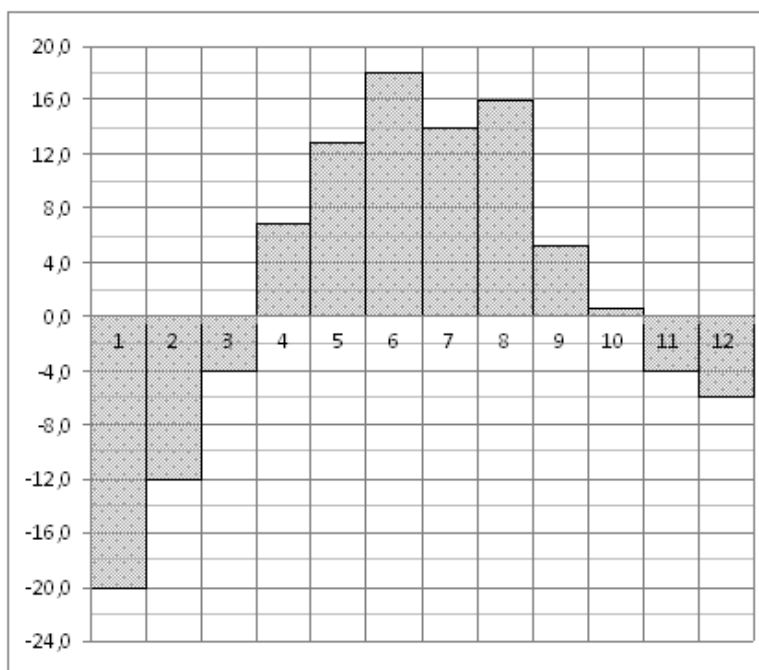
Часть 1

Ответом к каждому заданию является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1** Больному прописано лекарство, которое нужно принимать по 0,5 г 3 раза в день в течение 21 дня. В одной упаковке 10 таблеток лекарства по 0,5 г. Какого наименьшего количества упаковок хватит на весь курс лечения?

Ответ: _____.

- 2** На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Екатеринбурге (Свердловске) за каждый месяц 1973 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме, на сколько градусов Цельсия март был в среднем холоднее августа.



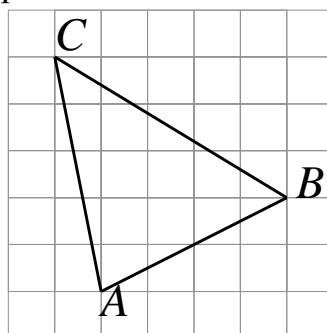
Ответ: _____.

3 В магазине одежды объявлена акция: если покупатель приобретает товар на сумму свыше 10 000 руб., он получает сертификат на 1000 руб., который можно обменять в том же магазине на любой товар ценой не выше 1000 руб. Если покупатель участвует в акции, он теряет право возвратить товар в магазин. Покупатель И. хочет приобрести пиджак ценой 9350 руб., рубашку ценой 850 руб. и подтяжки ценой 950 руб. В каком случае И. заплатит за покупку меньше всего?

- 1) И. купит все три товара сразу.
 - 2) И. купит сначала пиджак и рубашку, а подтяжки получит за сертификат.
 - 3) И. купит сначала пиджак и подтяжки, а рубашку получит за сертификат.
- В ответе запишите, сколько рублей заплатит И. за покупку в этом случае.

Ответ: _____.

4 Найдите медиану треугольника ABC , проведённую из вершины C , если стороны квадратных клеток равны 1.



Ответ: _____.

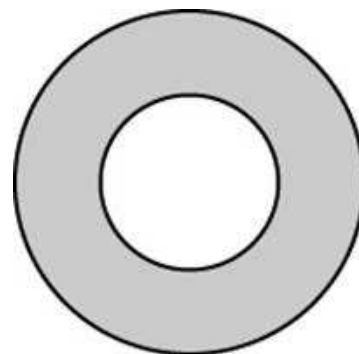
5 Какова вероятность того, что случайно выбранный телефонный номер оканчивается двумя чётными цифрами?

Ответ: _____.

6 Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{2}\right)^{x-6} = 4^x$.

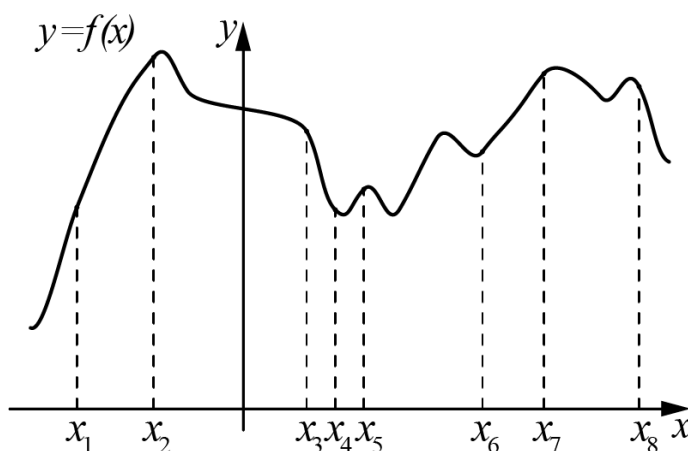
Ответ: _____.

- 7 Найдите площадь кольца, ограниченного концентрическими окружностями, радиусы которых равны $\frac{9}{\sqrt{\pi}}$ и $\frac{5}{\sqrt{\pi}}$.



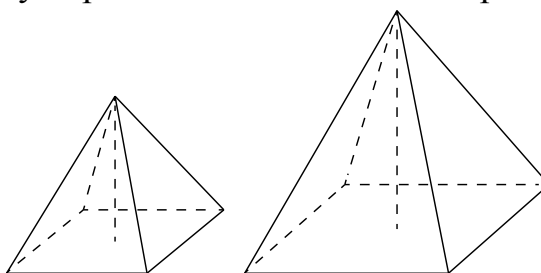
Ответ: _____.

- 8 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и восемь точек на оси абсцисс: $x_1, x_2, x_3, \dots, x_8$. В скольких из этих точек производная функции $f(x)$ положительна?



Ответ: _____.

- 9 Даны две правильные четырёхугольные пирамиды. Объём первой пирамиды равен 16. У второй пирамиды высота в 2 раза больше, а сторона основания в 1,5 раза больше, чем у первой. Найдите объём второй пирамиды.



Ответ: _____.

Часть 2**10**

Найдите значение выражения $\frac{23}{\sin^2 56^\circ + \sin^2 146^\circ}$.

Ответ: _____.

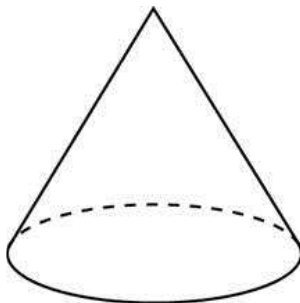
11

Некоторая компания продаёт свою продукцию по цене $p = 600$ руб. за единицу, переменные затраты на производство одной единицы продукции составляют $v = 300$ руб., постоянные расходы предприятия $f = 700\,000$ руб. в месяц. Месячная операционная прибыль предприятия (в рублях) вычисляется по формуле $g(q) = q(p - v) - f$. Определите месячный объём производства q (единиц продукции), при котором месячная операционная прибыль предприятия будет равна $500\,000$ руб.

Ответ: _____.

12

Площадь боковой поверхности конуса в два раза больше площади основания. Найдите угол между образующей конуса и плоскостью основания. Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____.

13

Из одной точки кольцевой дороги, длина которой равна 12 км, одновременно в одном направлении выехали два автомобиля. Скорость первого автомобиля равна 101 км/ч, и через 20 минут после старта он опережал второй автомобиль на один круг. Найдите скорость второго автомобиля. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

14 Найдите наименьшее значение функции $y = -\frac{4}{x} - x$ на отрезке $[-2,5; -1]$.

Ответ: _____.

Для записи решений и ответов на задания 15–21 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (15, 16 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

15 а) Решите уравнение $\sin 2x + 2\sin^2 x = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$.

16 На ребре AA_1 прямоугольного параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ взята точка E так, что $A_1 E = 6EA$. Точка T — середина ребра $B_1 C_1$. Известно, что $AB = 4\sqrt{2}$, $AD = 12$, $AA_1 = 14$.

а) Докажите, что плоскость ETD_1 делит ребро BB_1 в отношении 4:3.

б) Найдите площадь сечения параллелепипеда плоскостью ETD_1 .

17 Решите неравенство $\frac{81^x + 2 \cdot 25^{x \log_5 3} - 5}{(4x-1)^2} \geq 0$.

18 В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C известны стороны $AC = 15$, $BC = 8$. Окружность радиуса 2,5 с центром O на стороне BC проходит через вершину C . Вторая окружность касается катета AC , гипотенузы треугольника, а также внешним образом касается первой окружности.

а) Докажите, что радиус второй окружности меньше, чем $\frac{1}{4}$ длины катета AC .

б) Найдите радиус второй окружности.

19 Алексей приобрёл ценную бумагу за 7 тыс. рублей. Цена бумаги каждый год возрастает на 2 тыс. рублей. В любой момент Алексей может продать бумагу и положить вырученные деньги на банковский счёт. Каждый год сумма на счёте будет увеличиваться на 10 %. В течение какого года после покупки Алексей должен продать ценную бумагу, чтобы через тридцать лет после покупки этой бумаги сумма на банковском счёте была наибольшей?

20 Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} (x-1)(x+2) \leq 0, \\ 8x^2 + 8y^2 - 16a(x-y) + 15a^2 - 48y - 50a + 72 = 0 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

21 В роте два взвода, в первом взводе солдат меньше, чем во втором, но больше чем 50, а вместе солдат меньше чем 120. Командир знает, что роту можно построить по несколько человек в ряд так, что в каждом ряду будет одинаковое число солдат, большее 7, и при этом ни в каком ряду не будет солдат из двух разных взводов.

а) Сколько солдат в первом взводе и сколько во втором? Приведите хотя бы один пример.

б) Можно ли построить роту указанным способом по 11 солдат в одном ряду?

в) Сколько в роте может быть солдат?

**Диагностическая работа
по подготовке к ЕГЭ**

по МАТЕМАТИКЕ
13 февраля 2015 года 10-11 класс

Вариант МА00410
профильный уровень

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 21 задание.

Часть 1 содержит 9 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 5 заданий повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–14 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 15–21 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

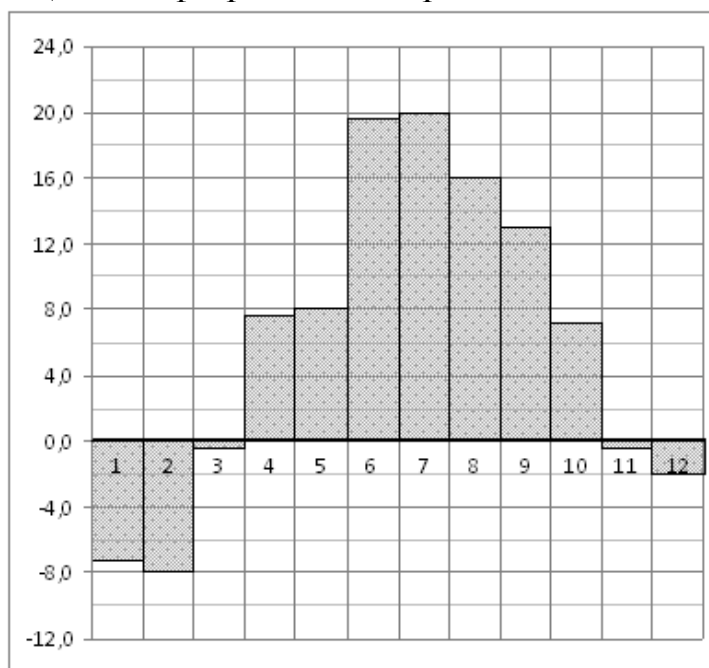
Часть 1

Ответом к каждому заданию является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1** Больному прописано лекарство, которое нужно принимать по 0,5 г 4 раза в день в течение 16 дней. В одной упаковке 10 таблеток лекарства по 0,5 г. Какого наименьшего количества упаковок хватит на весь курс лечения?

Ответ: _____.

- 2** На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Санкт-Петербурге за каждый месяц 1999 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме, на сколько градусов Цельсия февраль был в среднем холоднее июля.



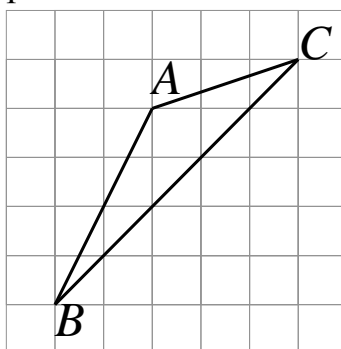
Ответ: _____.

3 В магазине одежды объявлена акция: если покупатель приобретает товар на сумму свыше 10 000 руб., он получает сертификат на 1000 руб., который можно обменять в том же магазине на любой товар ценой не выше 1000 руб. Если покупатель участвует в акции, он теряет право возвратить товар в магазин. Покупатель И. хочет приобрести пиджак ценой 9600 руб., жилет ценой 720 руб. и перчатки ценой 820 руб. В каком случае И. заплатит за покупку меньше всего?

- 1) И. купит все три товара сразу.
 - 2) И. купит сначала пиджак и жилет, а перчатки получит за сертификат.
 - 3) И. купит сначала пиджак и перчатки, а жилет получит за сертификат.
- В ответе запишите, сколько рублей заплатит И. за покупку в этом случае.

Ответ: _____.

4 Найдите медиану треугольника ABC , проведённую из вершины C , если стороны квадратных клеток равны 1.



Ответ: _____.

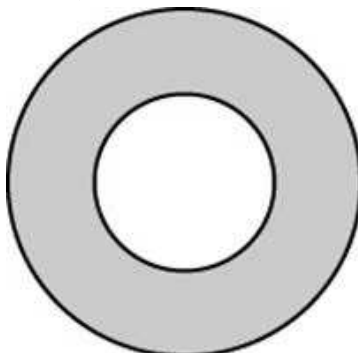
5 Какова вероятность того, что в случайно выбранном телефонном номере последняя цифра чётная, а предпоследняя — нечётная?

Ответ: _____.

6 Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{2}\right)^{x-4} = 8^x$.

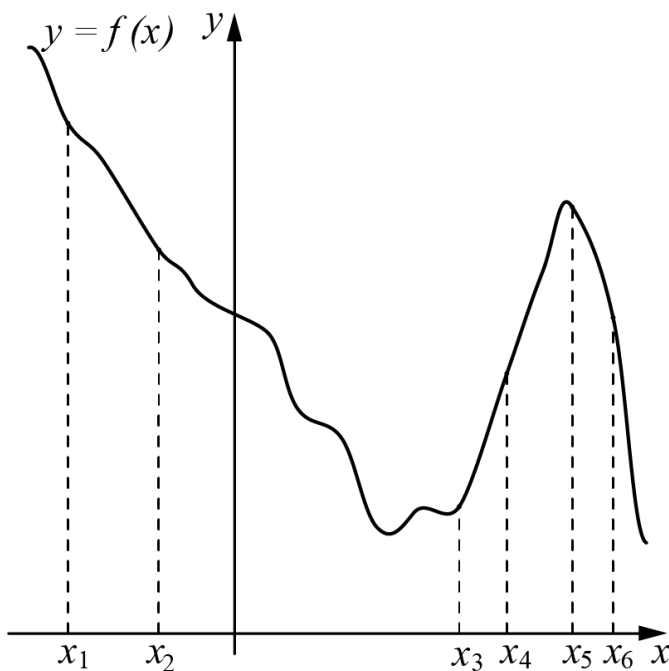
Ответ: _____.

- 7 Найдите площадь кольца, ограниченного концентрическими окружностями, радиусы которых равны $\frac{4}{\sqrt{\pi}}$ и $\frac{1}{\sqrt{\pi}}$.



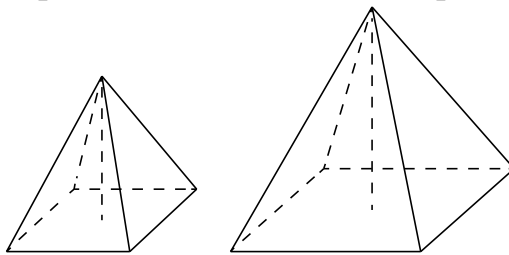
Ответ: _____.

- 8 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и шесть точек на оси абсцисс: $x_1, x_2, x_3, \dots, x_6$. В скольких из этих точек производная функции $f(x)$ положительна?



Ответ: _____.

- 9 Даны две правильные четырёхугольные пирамиды. Объём первой пирамиды равен 9. У второй пирамиды высота в 1,5 раза больше, а сторона основания в 2 раза больше, чем у первой. Найдите объём второй пирамиды.



Ответ: _____.

Часть 2

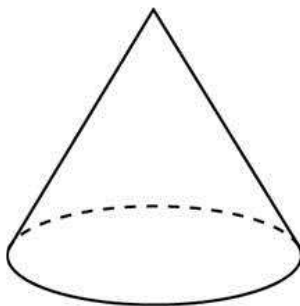
- 10 Найдите значение выражения $\frac{-4}{\sin^2 27^\circ + \sin^2 117^\circ}$.

Ответ: _____.

- 11 Некоторая компания продаёт свою продукцию по цене $p = 400$ руб. за единицу, переменные затраты на производство одной единицы продукции составляют $v = 200$ руб., постоянные расходы предприятия $f = 600\,000$ руб. в месяц. Месячная операционная прибыль предприятия (в рублях) вычисляется по формуле $g(q) = q(p - v) - f$. Определите месячный объём производства q (единиц продукции), при котором месячная операционная прибыль предприятия будет равна 900 000 руб.

Ответ: _____.

- 12 Площадь боковой поверхности конуса в $\sqrt{2}$ раз больше площади основания. Найдите угол между образующей конуса и плоскостью основания. Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____.

- 13** Из одной точки кольцевой дороги, длина которой равна 22 км, одновременно в одном направлении выехали два автомобиля. Скорость первого автомобиля равна 113 км/ч, и через 30 минут после старта он опережал второй автомобиль на один круг. Найдите скорость второго автомобиля. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

- 14** Найдите наименьшее значение функции $y = \frac{9}{x} + x$ на отрезке $[1; 4,5]$.

Ответ: _____.

Для записи решений и ответов на задания 15–21 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (15, 16 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 15** а) Решите уравнение $2\sin^2 x - \sqrt{3}\sin 2x = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$.

- 16** На ребре AA_1 прямоугольного параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ взята точка E так, что $A_1 E = 4EA$. Точка T — середина ребра $B_1 C_1$. Известно, что $AB = 3\sqrt{2}$, $AD = 16$, $AA_1 = 20$.

а) Докажите, что плоскость ETD_1 делит ребро BB_1 в отношении 3:2.

б) Найдите площадь сечения параллелепипеда плоскостью ETD_1 .

- 17** Решите неравенство $\frac{8 \cdot 7^x - 4^{x \log_2 7} - 11}{(2x-1)^2} \geq 0$.

18 В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C известны стороны $AC=12$, $BC=5$. Окружность радиуса $0,5$ с центром O на стороне BC проходит через вершину C . Вторая окружность касается катета AC , гипотенузы треугольника, а также внешним образом касается первой окружности.

- а) Докажите, что радиус второй окружности меньше, чем $\frac{1}{5}$ длины катета AC .
- б) Найдите радиус второй окружности.

19 Алексей приобрёл ценную бумагу за 8 тыс.рублей. Цена бумаги каждый год возрастает на 1 тыс. рублей. В любой момент Алексей может продать бумагу и положить вырученные деньги на банковский счёт. Каждый год сумма на счёте будет увеличиваться на 8%. В течение какого года после покупки Алексей должен продать ценную бумагу, чтобы через двадцать пять лет после покупки этой бумаги сумма на банковском счёте была наибольшей?

20 Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} y(y+1) \leq 0, \\ 3x^2 + 3y^2 - 6a(x+y) + 5a^2 - 6x + 4a + 3 = 0 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

21 В роте два взвода, в первом взводе солдат меньше, чем во втором, но больше чем 46, а вместе солдат меньше чем 111. Командир знает, что роту можно построить по несколько человек в ряд так, что в каждом ряду будет одинаковое число солдат, большее 8, и при этом ни в каком ряду не будет солдат из двух разных взводов.

- а) Сколько солдат в первом взводе и сколько во втором? Приведите хотя бы один пример.
- б) Можно ли построить роту указанным способом по 13 солдат в одном ряду?
- в) Сколько в роте может быть солдат?

